COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JUIN 1883.

PRÉSIDENCE DE M. É. BLANCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Méthodes nouvelles pour la détermination des ascensions droites et des déclinaisons absolues des étoiles* (suite). Note de M. Lœwy.

« Dans la précédente Communication de lundi dernier, j'ai comparé la valeur respective des deux nouveaux procédés pour la détermination des constantes fondamentales qui interviennent dans les recherches des ascensions droites et des déclinaisons absolues des étoiles, dont l'une n, pour les ascensions droites, est l'inclinaison de l'axe instrumental au-dessus de l'équateur, et l'autre λ, la collimation polaire, c'est-à-dire la lecture au cercle lorsque la lunette est dirigée vers le pôle.

» J'ai montré que les deux méthodes permettent d'atteindre la même exactitude, lorsqu'il s'agit d'une série d'observations isolées, abstraction faite du plan général du travail poursuivi, en effectuant cette série d'observations; mais la plupart des travaux entrepris dans les Observatoires étant de longue haleine, les calculs ne sont entrepris qu'au bout d'un certain laps de temps, et il n'est pas nécessaire de déduire immédiatement les éléments individuels de la réduction. En se plaçant ainsi dans la réalité, il sera facile de constater que le second procédé permet d'obtenir, dans

la détermination des inconnues, une exactitude qu'aucune méthode existante ne permet d'atteindre.

» Supposons, pour fixer les idées, que l'on choisisse, dans la liste publiée des quarante-sept couples de polaires, douze de ces couples, naturellement les plus brillants et les plus convenables pour cette étude, et que l'on dispose dans une année de cent nuits favorables au travail astronomique, permettant d'effectuer deux cents déterminations de n; il sera alors facile, puisque ces vingt-quatre polaires passent au méridien durant deux périodes différentes, lors de la culmination supérieure et lors de la culmination inférieure, d'obtenir dans cette première année pour chaque étoile une vingtaine d'observations en déclinaison, par conséquent, en tout, de quatre à cinq cents observations de ces astres.

» Pour ces douze couples de polaires, on conclura ainsi la différence $p' - p''$ avec une telle précision, que l'erreur n'atteindra que quelques centièmes de seconde d'arc. Toutefois, on n'est pas obligé, dans cette première année, de retarder de douze mois la réduction. On aura certainement déjà recueilli, au bout de cinq ou six mois, un nombre de déterminations suffisant pour déduire avec exactitude $p' - p''$.

» Dans la deuxième année, il ne sera plus nécessaire de faire des mesures aussi répétées en distance polaire. On pourra profiter des travaux exécutés dans l'année précédente; mais, pour posséder toujours des valeurs indépendantes de n et de λ, il suffira d'effectuer deux cents nouvelles observations de ces polaires en déclinaison.

» On voit maintenant facilement l'économie du procédé : on fait reposer dans chaque année la détermination de n sur les valeurs de $p' - p''$ obtenues par l'ensemble des observations de l'année suivante et de l'année précédente, ou même, si l'on veut, des deux années qui précèdent. Les mouvements propres des astres dans un délai aussi rapproché sont négligeables et agissent, en tout état de chose, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre.

» L'astronome qui aura ainsi établi dans la première année une base de travail suffisante opérera dans l'avenir avec une très grande facilité. Comme il ne sera plus nécessaire de faire de nombreuses mesures de $p' - p''$, il n'éprouvera aucune gêne dans l'exécution de la recherche particulière qu'il poursuit. En agissant ainsi, l'erreur possible d'une détermination individuelle de n et de λ ne dépassera pas un centième de seconde de temps. Mais admettons maintenant qu'un certain nombre d'Observatoires choisissent les mêmes couples de polaires et publient successivement dans une

année les valeurs de $(p' - p'')$ qu'ils ont déduites de leurs observations. De l'ensemble de ces travaux, il sera facile alors de conclure $p' - p''$ avec le dernier degré de précision qu'il nous est possible d'atteindre aujourd'hui. Par suite, on aura dans une année autant de déterminations absolues de n et de λ que l'on voudra, et avec une exactitude presque rigoureuse.

» Ayant ainsi recueilli un grand nombre d'observations, et ne pouvant plus, à partir d'une certaine limite, gagner en précision, par la multiplicité des observations, on pourra, pendant un certain nombre d'années, se dispenser d'entreprendre de nouvelles mesures de $p' - p''$.

» En tenant compte des mouvements propres qui se manifestent, on construira des éphémérides fournissant pour chaque jour $p' - p''$. Il suffira alors de vérifier et de rectifier de temps en temps les différences $p' - p''$, au point de vue des mouvements propres, qui seuls peuvent faire naître de légères variations dans les valeurs numériques de ces quantités.

» En résumé, dans ce second procédé, aussi bien que dans le premier, la valeur absolue des inconnues n et λ s'obtient à l'aide de mesures différentielles : il suffit de déterminer une petite différence en déclinaison entre deux astres voisins; on peut donc considérer le problème comme complètement résolu : en effet, dans l'état actuel de la Science, il n'existe aucune mesure, aucune opération, offrant des garanties d'exactitude supérieure.

» Il est bien entendu, d'ailleurs, que je n'ai pas eu l'intention de fixer des règles absolues dans l'emploi des nouvelles méthodes que je viens d'exposer : chaque astronome peut se former le plan de travail qui lui semblera le plus rationnel et le plus approprié aux conditions dans lesquelles il est appelé à opérer. »

ASTRONOMIE. — *Études expérimentales relatives à l'observation photométrique des éclipses des satellites de Jupiter.* Note de MM. A. Cornu et A. Obrecht.

« La méthode décrite récemment par l'un de nous (p. 1609), étant une méthode purement physique, n'exige pas nécessairement l'observation réelle de l'éclipse d'un satellite de Jupiter pour être expérimentée; en effet, on réalise aisément un petit *astre artificiel* d'éclat variable représentant le phénomène d'immersion ou d'émersion dans ses traits essentiels au point de vue optique. On peut donc appliquer à cet astre, dont l'éclat varie suivant une loi connue *à priori*, la méthode photométrique proposée, enregistrer la loi de variation de l'éclat avec le temps et comparer la loi observée

à la loi imposée par le dispositif expérimental et se rendre compte ainsi de la précision des résultats.

» Voici un exemple d'observation d'*éclipse artificielle* qui servira à montrer toutes les ressources que présente la méthode proposée.

» L'astre artificiel était un petit disque lumineux d'environ $\frac{1}{60}$ de millimètre de diamètre; c'était l'image réelle d'un petit trou circulaire, éclairé par une lampe, produite au foyer d'un objectif de microscope et placée au double de la distance focale de la lunette avec laquelle on l'observait. La variation de l'éclat du petit disque s'obtenait en faisant avancer, par un mouvement d'horlogerie, un écran à bord rectiligne devant l'objectif de cette lunette. Le contour de l'objectif étant limité par un diaphragme percé d'une large ouverture circulaire, la quantité de lumière reçue était à chaque instant proportionnelle au segment circulaire formant la surface libre de l'objectif. L'éclat de l'image était donc, sauf certaines réserves ([1]), représenté par la formule

$$(1) \qquad e = \frac{e_1}{\pi}(\pi - \omega + \sin\omega\cos\omega),$$

en appelant e_1 l'éclat dû à l'ouverture entière et ω le demi-angle au centre sous-tendu par le bord de l'écran rectiligne. Le déplacement x de l'écran s'effectuait avec une vitesse uniforme v; par suite,

$$(2) \qquad x = v(t - t_0) = \mathrm{R}\cos\omega,$$

où t est l'époque correspondant à l'angle ω comptée à partir de l'époque t_0 du passage au centre de l'ouverture circulaire de rayon R. On a ainsi, exprimée en fonction d'une variable auxiliaire ω, la loi de variation de l'éclat avec le temps. Cette loi se rapproche beaucoup de celles que doivent offrir les satellites de Jupiter; elle en serait même la représentation exacte dans certaines circonstances particulières, si l'on pouvait supposer infiniment petit le diamètre des satellites, infiniment grand celui de Jupiter vu du centre des petits astres, négliger l'influence de l'atmosphère de la planète, etc.

» A côté de cette image on en produisait une autre toute semblable, amenée dans l'axe de la lunette par une réflexion à 45° ([2]) et produite par l'objectif du photomètre à ouverture variable en *œil de chat;* les deux images

([1]) Dans le cas où la surface libre de l'objectif devient très petite, l'image du disque tend à se déformer par diffraction, ce qui altère la loi des éclats intrinsèques.

([2]) En fait, c'était l'inverse : l'image de l'astre artificiel était réfléchie à 45° sur une lame de glace sans tain et l'image photométrique vue directement.

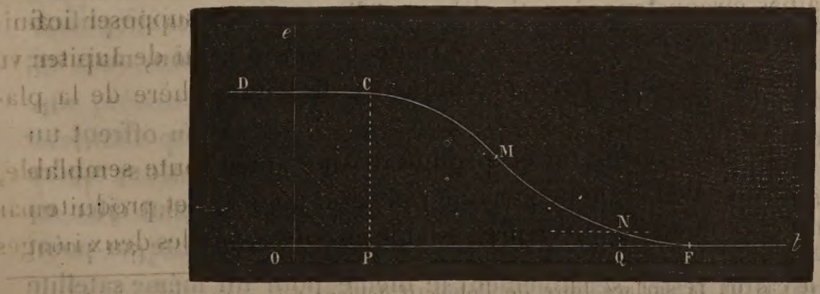
contiguës étaient observées avec un microscope à faible grossissement [1]. L'observateur manœuvrait la crémaillère du photomètre, de manière à rendre identique l'aspect des deux points lumineux à des époques très rapprochées; la grandeur de l'ouverture du photomètre s'inscrivait automatiquement sur un cylindre enfumé (à l'aide d'un appendice fixé à l'une des lames de l'œil de chat), en même temps que les battements de la seconde d'une horloge électrique : le signal de l'observateur pointant le mouvement où l'égalité était atteinte consistait à fermer brusquement l'œil de chat, manœuvre un peu longue, il est vrai, mais qui évitait l'adjonction d'un troisième tracelet au chronographe.

» Voici les données numériques relevées sur le tracé graphique représentant l'observation d'une *éclipse artificielle*; l'éclat e est mesuré par le carré de la diagonale de l'œil de chat, l'époque t correspondante est exprimée en secondes à partir d'une origine arbitraire.

Éclipse artificielle (observateur, M. Obrecht).

Nos d'ordre.	e.	t.	Nos d'ordre.	e.	t.	Nos d'ordre.	e.	t.
1...	39,7	0,0	9...	46,2	60,6	17...	18,5	122,6
2...	37,2	5,0	10...	38,4	67,4	18...	17,6	127,7
3...	36,0	12,2	11...	49,0	74,3	19...	13,7	136,4
4...	39,7	22,1	12...	49,0	83,0	20...	11,6	140,4
5...	37,2	31,4	13...	44,9	89,8	21...	9,0	145,3
6...	36,0	38,1	14...	37,2	96,9	22...	6,8	148,7
7..	49,0	44,1	15...	36,0	103,7	23...	4,0	152,6
8...	44,9	51,3	16...	33,6	112,7	24...	2,0	155,5

» La courbe graphique obtenue en prenant t et e comme abscisse et ordonnée offre naturellement des irrégularités assez grandes, causées par les incertitudes physiologiques, aggravées ici par la variabilité des deux lampes. Mais l'allure générale est bien celle que l'on connaît :



une parallèle DC à l'axe Ot, puis une courbe CMF avec inflexion en M.

(1) Indépendamment du réglage focal, on a toujours pris soin d'observer à la loupe l'anneau oculaire du microscope pour faire coïncider les centres des deux anneaux oculaires correspondant aux deux images.

» La valeur de l'intensité initiale e_1, obtenue par la moyenne des cinq pointés nos 7-11, est égale à $45,50 = e_1$ (on pourrait y comprendre les six premiers, si l'on était plus certain de la constance de l'éclat des lampes). Le demi-éclat $\frac{1}{2}e_1$ correspond donc à $22,75$: on obtiendra l'époque de ce demi-éclat en calculant l'abscisse t_0 correspondant à cette valeur. On peut faire concourir les cinq pointés nos 15-19 à cette détermination par un calcul très simple fondé sur ce fait géométrique que la courbe se réduit sensiblement à une droite dans une région très étendue au voisinage du point d'inflexion. Cherchons donc la droite

$$(3) \qquad e - e' = m(t - t'),$$

qui s'approche le plus de ces cinq points. On reconnaît aisément que cette droite doit passer par le point dont les coordonnées e', t' sont les moyennes des coordonnées des points choisis; donc l'on conclut

$$e' = 23,88, \quad t' = 120,62.$$

Posant $\varepsilon = e - e'$ et $\theta = t - t'$, la condition du minimum de la somme des carrés des erreurs $\Sigma(\varepsilon - m\theta)^2$ conduit à

$$(4) \qquad \Sigma\theta(\varepsilon - m\theta) = 0, \quad \text{d'où} \quad m = \frac{\Sigma\theta\varepsilon}{\Sigma\theta^2}.$$

» Le calcul numérique donne $m = -0,7634$; substituant dans l'équation (3) $e = \frac{1}{2}e_1 = 22,75$, on en tire l'époque du demi-éclat $t_0 = 122^s,1$.

» Telle est la série des observations et des calculs physiques à effectuer, pour tirer parti d'une éclipse d'un satellite de Jupiter et déterminer l'époque du demi-éclat; on voit qu'elle se réduit à une extrême simplicité. Le reste est du domaine de la Mécanique céleste : il consiste à calculer avec précision la position de l'astre sur son orbite correspondant à l'époque du demi-éclat, position qui dépend des coordonnées relatives du Soleil, de Jupiter, du Satellite et de la Terre; on peut prévoir de grandes simplifications provenant des circonstances géométriques de l'observation, mais sur lesquelles nous ne saurions insister ici.

» Les données et les résultats numériques de l'observation offrent un certain nombre de vérifications approximatives qui permettent de se rendre compte jusqu'à un certain point de la valeur de la série. On peut citer en particulier la valeur de m, coefficient angulaire de la tangente au point d'inflexion qui doit rester sensiblement le même pour un même satellite dans une série d'éclipses consécutives. Ce coefficient est lié à la durée T du phénomène (lequel varie peu par suite de la faible excentricité des orbites) par une relation plus ou moins complexe qui, dans le cas de notre expé-

rience, se réduit à la forme très simple

$$(5) \qquad m = \frac{4e_1}{\pi T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{4e_1}{m\pi},$$

$\left(m \text{ est la valeur de } \frac{de}{dt} \text{ pour } \omega = 0\right)$.

» D'où il résulte que, inversement, si l'on a quelque moyen théorique ou pratique de déterminer T, même d'une manière seulement approximative, on peut en déduire *a priori* la valeur de m, ce qui simplifie encore le calcul de l'époque t_0 du demi-éclat; on peut alors utiliser individuellement toutes les observations voisines du demi-éclat pour calculer t_0.

» Ainsi admettons qu'on sache (comme nous le savions par la détermination préalable de la vitesse du mouvement d'horlogerie) que $T = 1^m,25$ environ, soit 75^s; on en conclut $m = -0,77243$ et les cinq pointés nos 15-19 conduisent, à l'aide de la relation (3), aux valeurs de t_0

$120^s,9$, $126^s,5$, $117^s,1$, $121^s,0$, $124^s,7$, Moyenne : $122^s,1$,

dont les différences avec leur moyenne sont respectivement

$-1^s,2$, $4^s,7$, $-5^s,0$, $-1^s,1$, $+2,6$, Moyenne : $2^s,9$.

» Ces déterminations isolées de l'époque du demi-éclat ont un certain intérêt, car elles fournissent l'ordre de grandeur des incertitudes qu'apporte la méthode photométrique pour chaque pointé; or, comme les erreurs commises dans ce mode de mesure (et c'est ce qui fait l'avantage essentiel de la méthode) sont vraisemblablement des erreurs *purement fortuites*, leur influence sur le résultat final peut être atténuée par la répétition des pointés; on sait, en effet, d'après les règles du Calcul des probabilités, dont l'application est alors légitime, que l'erreur probable diminue en raison inverse de la racine carrée du nombre de ces pointés. On pourrait même, de nos résultats, déduire avec une sorte de vraisemblance l'erreur probable que présenterait l'observation astronomique réelle; malheureusement l'incertitude qui plane sur l'évaluation de divers éléments relatifs aux satellites (éclat absolu, diamètre réel) rendrait cette détermination un peu illusoire. Nous nous bornerons à remarquer :

» 1° Que, dans cette hypothèse d'erreurs fortuites, le résultat final de notre expérience aurait pour erreur probable $0,674 \frac{3^s,76}{\sqrt{5}} = 1^s,13$ ou environ $\frac{1}{67}$ de la durée totale T du phénomène;

» 2° Que les pointés, au lieu d'être espacés de 8^s, pourraient, avec un

enregistreur plus complet, être effectués en trois secondes, comme cela a eu lieu dans les derniers nombres de la série (où la perte de temps due à la manœuvre était minimum); le nombre des pointés aurait donc pu être triplé, ce qui aurait divisé l'erreur probable par $\sqrt{3}$ et l'aurait réduite à $\frac{1}{100}$ de la durée de l'éclipse.

» Le $\frac{1}{100}$ de la durée de l'immersion ou de l'émersion, tel est l'ordre de grandeur de l'approximation qu'il nous paraît juste d'attendre des observations de l'éclipse du premier satellite, laquelle se présente dans des conditions très voisines de celles de notre expérience. La méthode s'appliquera de même au second et peut-être aux autres satellites, car l'erreur proportionnelle causée par la durée progressivement croissante du phénomène avec l'ordre des satellites serait compensée en partie par la multiplication des pointés; il est facile de voir, en effet, que si l'incertitude croît, toutes choses égales d'ailleurs, comme la durée T du phénomène, le nombre des pointés utilisables peut croître aussi proportionnellement à T, de sorte que l'erreur probable ne grandira que comme $\sqrt{T}$. On est donc en droit d'espérer une grande amélioration pour l'observation des éclipses des satellites d'ordre supérieur au premier.

» En résumé, il est permis de penser, d'après cette étude, que la méthode proposée permettra de réduire à un très petit nombre de secondes l'erreur fortuite sur l'époque du demi-éclat, dans le cas du premier satellite, résultat bien désirable pour la détermination approchée des longitudes et bien éloigné de celui que fournissent les observations actuelles. On pourrait alors entreprendre l'élimination ou la correction des erreurs systématiques qui apparaîtraient alors d'elles-mêmes, tandis qu'actuellement elles sont perdues dans la grandeur des erreurs accidentelles.

» L'une des causes de ces erreurs systématiques est, comme on l'a vu précédemment (p. 1610), l'illumination du champ; il importe donc d'accompagner chaque observation d'éclipse d'une détermination en quelque sorte spécifique de l'éclat apparent du ciel rapporté à la planète Jupiter. L'appareil qui nous sert à cette mesure est le *photopolarimètre* décrit par l'un de nous [1] : il se compose d'un prisme biréfringent et d'un prisme de Nicol monté sur l'alidade d'un cercle divisé; on l'interpose entre le foyer de la lunette d'observation et la pièce oculaire. Un diaphragme focal percé d'une ouverture convenable permet d'isoler le disque de la planète et une portion du champ; le prisme biréfringent dédouble l'image de l'ouverture et

---

[1] *Compte rendu du Congrès de l'Association française à la Rochelle*, 1882.

forme quatre plages d'inégale intensité; en tournant le prisme de Nicol, on trouve quatre positions pour lesquelles il y a égalité entre l'éclat intrinsèque moyen du disque et celui du champ; la loi de Malus fournit aisément le rapport des éclats. Les observations faites au mois de mai dernier sur Jupiter et sur la Lune à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Paris ont montré que l'opération est facile et pratique.

» Ce photopolarimètre peut aussi servir à l'observation et même à l'enregistrement des éclipses, car, avec une des images d'un des satellites fixes, il réalise la formation d'un point lumineux dont on égalise l'éclat avec celui du satellite observé ([1]).

» Nous espérons, dès que l'époque sera favorable, être en mesure d'effectuer toutes ces déterminations. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Étude sur les déformations produites par le forgeage* (*pannes à arêtes vives*); par M. TRESCA.

« L'opération la plus ordinaire du forgeage est celle qui consiste à produire, sur une barre de métal, un étranglement qui, par la réduction que subit ainsi la section transversale, oblige le solide à s'allonger. Cet étranglement est habituellement obtenu au moyen de deux pannes, symétriques et symétriquement placées sur une même verticale, au-dessus et au-dessous de la barre. La panne frappante peut être celle d'un marteau ou d'un mouton; la panne dormante est montée sur une enclume et l'expérience prouve que les deux entailles sont à peu près identiques à la suite de chaque choc.

» Dans l'examen qui va suivre, nous supposerons que les faces agissantes des pannes sont horizontales, planes et à arêtes vives.

» Les coups se succèdent régulièrement entre l'enclume et le marteau pendant que l'on fait subir à la barre une suite de déplacements longitudinaux et, dans une passe complète, cette barre se trouve allongée de la somme de tous les allongements partiels déterminés à chaque étranglement, qui, dans un forgeage régulier, doit être le même en chaque section. La barre est ensuite portée au feu et frappée de champ, et c'est par la répétition de cette

([1]) Nous avons appris récemment que les astronomes du Harvard College emploient un dispositif analogue, mais dont la description nous est inconnue, pour arriver à définir l'époque de l'éclat nul; si l'appareil est analogue, la méthode d'observation est, comme on le voit, toute différente.

même succession d'opérations qu'elle est finalement amenée à une section régulière, plus petite que la section primitive.

» Toutes les opérations étant identiques, il suffira de considérer l'action produite par un seul coup de marteau; cette action, examinée isolément, présente des particularités dignes de remarque.

» *Déformations produites par l'enfoncement d'une paire de pannes.* — Il est nécessaire de constater tout d'abord que le fond des rainures déterminées par l'impression des pannes ne subit aucune variation dans ses dimensions. La résistance au glissement sur les pannes est telle qu'aucun déplacement relatif ne peut se produire. Les parois supérieure et inférieure de la barre sont simplement transportées parallèlement à elles-mêmes, et si leur longueur semble avoir augmenté de quelques millimètres, cela tient exclusivement à un renflement des parois latérales primitives, qui sont venues former, de chaque côté, un petit encorbellement aux bouts des rainures.

» Dans les évaluations qui suivent, nous ne tiendrons pas compte des volumes de ces encorbellements; l'erreur ainsi commise volontairement sera toujours petite et nous considérons cette simplification comme étant, au point de vue expérimental, de même ordre que les quantités que l'on néglige souvent dans les calculs de première approximation.

» Cette hypothèse se justifie d'ailleurs d'une manière absolue si l'on considère isolément la partie avoisinant le milieu d'une barre très large, car il est évident que, dans ce cas et dans cette zone, il ne peut se produire aucun déplacement par voie d'écoulement latéral.

» Puisque la partie de la paroi qui reste en contact avec les pannes ne subit aucun allongement, celui de la barre ne peut se produire que sur les bords de la rainure, dans la partie qui raccorde, aux quatre angles, le fond de cette rainure avec les faces supérieure et inférieure du solide primitif.

» Ces raccordements sont réalisés sous forme de surfaces cylindriques à génératrices horizontales, et ayant chacune pour directrice, dans une section verticale, une courbe concave qu'il est facile de déterminer.

» *Courbe de raccordement des faces forgées.* — Soient a la demi-largeur de chacune des pannes, h la hauteur à laquelle elle sera parvenue au-dessus ou au-dessous de l'axe de la barre, et dx l'allongement qui résulterait d'un enfoncement supplémentaire $-dh$; on aura nécessairement, dans l'hypothèse de la constance du volume,

$$-a\,dh = h\,dx,$$

d'où

$$x = a \log\text{hyp} \frac{h_0}{h}.$$

» La logarithmique que définit cette équation satisfaisant, pour chaque allongement dx, à la condition $\frac{dx}{(-dh)} = \frac{a}{h}$, on voit que l'élément de cette courbe qui correspond à l'abaissement $-dh$, au moment de sa formation, prend une direction telle que la tangente à la courbe passe toujours par le centre de figure de la partie comprise entre les deux pannes.

» Un nouveau rapprochement des pannes écarte ensuite, mais sans nouvelle déformation, la partie déjà formée de chacun des cylindres de raccordement, à partir des arêtes vives de ces pannes.

» *Détermination de l'allongement produit.* — Les deux bords de la rainure devront ainsi être écartés l'un de l'autre d'une longueur $2a + 2x$, et nous verrons que les mesures prises sur les échantillons vérifient exactement cet écartement. Quant à la partie non étirée du bloc, on peut comprendre que, jusque dans le voisinage des cylindres de raccordement, les lignes tracées verticalement sur les faces latérales de la barre restent verticales, tandis que les lignes horizontales s'infléchissent au pourtour de ces cylindres et dans l'espace compris entre les deux pannes. Parmi toutes les horizontales que l'on aurait ainsi tracées préalablement, la seule médiane restera, par raison de symétrie, rectiligne après la déformation.

» *Analogies entre le poinçonnage et le forgeage.* — Dans les deux opérations du poinçonnage et du forgeage, dont l'objet est très différent, l'action est produite par une pièce de métal qui doit s'ouvrir, par suite de la compression qu'elle exerce, un chemin par lequel elle déplace, partiellement et en la déformant, une autre pièce de métal. La principale différence consiste en ce que le refoulement de la matière déplacée entraîne nécessairement, dans le poinçonnage, la déformation de toute la masse poinçonnée, dont les éléments, à quelque distance de l'axe qu'ils soient placés, prennent tous part à la résistance totale. Dans le forgeage au contraire, il n'y a de résistance en jeu que sur le lieu même de la déformation principale, c'est-à-dire entre les pannes, déformation à partir de laquelle il n'y a, pour les autres parties de la masse, qu'un simple transport latéral, n'entraînant aucune résistance moléculaire. La panne peut être considérée comme un poinçon qui exerce son action sur toute la largeur de la barre forgée.

» Lorsque les pannes sont planes et à arêtes vives, l'analogie que nous venons d'indiquer suffit pour faire comprendre qu'il se formera, devant chaque panne, une proue convexe et de forme cylindrique qui déterminera un mode spécial de déplacement de la matière sous-jacente; les pannes cylindriques feront l'objet d'un examen ultérieur.

» *Vérifications expérimentales.* — La plupart de nos vérifications ont été

faites sur des blocs de plomb parfaitement rectangulaires et à faces préalablement quadrillées par des traits horizontaux et verticaux, équidistants. Le forgeage était obtenu au moyen d'un appareil à levier, agissant sans choc, et à l'aide duquel nous pouvions disposer d'un effort maximum de 4000^{kgm} environ, ce qui nous a permis d'opérer sur des blocs de 40^{mm} de largeur avec des pannes de 10^{mm} et de 20^{mm}.

» *Allongements des rainures.* — Dans toutes les expériences, les traces des traits primitifs qui traversaient la rainure sont restées dans le même plan vertical que leurs prolongements non déformés, ce qui suffirait à montrer qu'aucun glissement ne s'est produit au contact de la panne; mais nous avons obtenu à plusieurs reprises une vérification plus décisive. Avant le forgeage, on avait formé, sur les bords des deux faces sur lesquelles les pannes auraient à agir, des bandes très accusées d'encre noire; ces bandes sont restées, dans le fond d'une même rainure, à leur distance primitive et le seuil de l'élargissement était prolongé par une surface brillante et polie de métal, provenant, à n'en pas douter, des faces primitives de la barre.

» *Déformations des verticales.* — Si nos appréciations s'étaient absolument confirmées, la ligne d'axe aurait dû se raccourcir sans se déformer, ne fût-ce que par raison de symétrie; mais l'expérience prouve qu'elle prend une forme sinueuse, à périodes d'autant plus courtes que la compression a été plus grande. En dehors de la zone comprise entre les deux arêtes de la panne, les verticales restent presque exactement verticales, la plus voisine seule affectant une très légère courbure, vers la rainure, à ses extrémités. Les verticales intermédiaires, engagées sous la panne, s'écartent, à partir du milieu, d'une façon régulière.

» *Déformation des horizontales.* — La ligne horizontale tracée à la moitié de la hauteur de la pièce reste presque rectiligne, malgré l'allongement qu'elle a subi; à peine y trouve-t-on quelquefois une légère déformation dans la partie comprimée sous la panne, mais seulement dans le cas où les deux rainures parallèles ne sont pas exactement de la même profondeur. Les horizontales extrêmes sont nécessairement celles qui se déforment le plus, puisqu'elles doivent se déplacer en leurs milieux de toute la hauteur dont la panne elle-même se déplace et obéir en outre à l'élargissement que détermine la formation de la rainure.

» Nous avons cherché à nous rendre compte des déformations des horizontales intermédiaires; elles ne sont pas modifiées dans les parties latérales, mais vers le milieu elles prennent une courbure régulière dont la convexité est tournée vers l'axe horizontal de la pièce.

» On pourrait se représenter un premier mode de déformation géométri-

quement réalisable en réduisant dans une même proportion toutes les ordonnées comprises dans la largeur de la rainure; la transformée de chacune des horizontales serait ainsi une sorte de sinusoïde aboutissant à deux droites horizontales; mais, pour tenir compte de la formation de la proue sous la panne, il faudrait arrondir chacun des contours en conservant vers le milieu une plus grande épaisseur aux deux tranches extrêmes. Si l'on ajoute à cela quelques petits raccordements dans les angles, on aura une complète représentation de ce qui se passe en réalité.

» *Largeur de la rainure.* — Dans le fond la rainure est rigoureusement moulée sur la panne; la largeur de l'empreinte est identique avec celle de la surface rectangulaire qui l'a produite.

» Latéralement les deux raccordements de chaque rainure sont au contraire très nettement séparés des parois latérales des pannes, qu'elles n'ont jamais rencontrées que par leurs arêtes tranchantes et au moment de leur passage. Aussi affectent-elles une courbure propre, répondant aux logarithmiques dont nous avons donné les équations. Si toute vérification de détail sous le rapport des ordonnées de la courbe est rendue impossible par la petitesse des dimensions, le sens même de cette courbure ne laisse aucun doute, et, d'ailleurs, aucune vérification n'équivaudrait à celle que l'on peut tirer de la largeur maximum de chacune des rainures.

» Voici, à titre de vérification, quelques-uns des chiffres obtenus

Épaisseur		Largeur		
primitive $2h_0$.	finale $2h$.	de la panne $2a$.	calculée de la rainure $2a+2x$.	mesurée de la rainure.
40......	20	10	6,93	6,0
40......	16	10	9,16	8,5
40......	10	10	23,80	24,0
40......	18	20	35,16	34,0

» *Déplacements à l'intérieur de la pièce forgée.* — Les indications qui précèdent ne nous donnent aucun moyen de vérification, si ce n'est des déformations superficielles, mais la netteté de ces déformations ne peut laisser aucun doute sur l'identité de celles qui ont lieu à l'intérieur du solide. D'ailleurs, si l'on fait une coupe longitudinale dans une pièce de fer dont les mises étaient originairement parallèles et horizontales, les mêmes déviations dues au forgeage s'y retrouvent avec la plus grande régularité lorsqu'on fait apparaître les joints de ces mises par le procédé de l'oxydation. On peut donc affirmer que, dans ces conditions, les zones de plus grande

déformation correspondent évidemment aux arêtes extrêmes des deux pannes et au centre du bloc comprimé, et c'est précisément en ces points que nous sommes parvenu à reconnaître, ainsi que nous l'indiquerons prochainement, le développement de la plus grande quantité de chaleur.

» Quant à la cinématique de ces déformations, qui sera complètement exposée lorsque nous développerons la théorie de l'écrasement des solides, nous pouvons dire dès à présent que, toutes les horizontales et toutes les verticales conservant leurs positions et leurs dimensions en dehors de la partie du bloc qui comprend la rainure, on satisfait géométriquement à la condition de la conservation du volume, en admettant que les horizontales se raccordent à la rainure par des sinusoïdes raccordées elles-mêmes par des horizontales vers le milieu de la cloison, et que les verticales, dans cette même région, se trouvent remplacées par d'autres sinusoïdes à partir des points en lesquels elles touchaient la surface agissante de la panne, points qui n'ont pu, en raison de l'absence de tout glissement, éprouver les uns par rapport aux autres aucun déplacement. Le réseau ainsi formé de portions de droites et de sinusoïdes comprend entre ses mailles des aires toutes égales à celles du quadrillage primitif.

» *Travail de déformation.* — Pour chaque rapprochement $-2dh$ des deux bouts de la rainure, tout le travail de déformation est exclusivement dépensé dans la cloison séparative, qui est le seul siége de cette déformation. Ce travail peut donc être évalué à $2k \times 2ab(-dh)$, en désignant par b la longueur de la rainure; dans cette expression, h est la seule variable, et si la cloison passe de la hauteur totale H_0 à la hauteur H, l'intégration donne immédiatement

$$T = 2k \times 2ab(H_0 - H).$$

L'effort qui produit cette déformation est constant et égal, à la limite, à $2k \times 2ab$; c'est encore ce que l'expérience permet de constater avec certitude.

» *Expériences de choc.* — Les expériences faites avec le choc d'un mouton ont complètement confirmé le mode de déformation que nous venons d'indiquer, bien qu'il se soit quelquefois produit de petits glissements sur la face de la panne. Les ébranlements et les rebondissements dus à la vitesse semblent favorables, mais dans une très faible mesure, à des glissements que les actions plus lentes ne comportent pas.

» En résumé, ces premières observations sur l'une des plus importantes opérations du travail des métaux se rattachent intimement à nos précé-

dentes études sur l'écoulement des corps solides, et elles établissent, quant au forgeage, les points suivants :

» Le forgeage transversal d'une barre de métal s'effectue par des étranglements successifs de cette barre entre deux pannes, par choc ou par compression.

» La rainure ainsi formée est limitée latéralement par deux cylindres à bases de logarithmiques, dont les équations sont déterminées.

» La résistance de glissement au contact des pannes est suffisante pour éviter tout déplacement relatif à ce contact.

» Il en résulte qu'un quadrillage primitif, en aires rectangulaires égales sur l'une des faces latérales primitives, se transforme en un réseau formé de courbes géométriquement définies et comprenant respectivement des aires équivalentes.

» L'examen géométrique des transformées de ces aires permet d'y distinguer les zones de plus grande déformation ou de glissement maximum.

» Nous démontrerons bientôt que ces zones de plus grand glissement sont celles en lesquelles se produit le plus grand développement de chaleur pendant que l'action mécanique s'accomplit. »

PHYSIOLOGIE. — *Emploi des photographies partielles pour étudier la locomotion de l'homme et des animaux.* Note de M. **Marey.**

« Lorsqu'on prend sur la même plaque une série de photographies représentant les attitudes successives d'un animal, on cherche naturellement à multiplier ces images pour connaître le plus grand nombre possible de phases du mouvement. Mais, quand la translation de l'animal n'est pas rapide, la fréquence des images est bientôt limitée par leur superposition et par la confusion qui en résulte. Ainsi, un homme qui court, même avec une vitesse modérée, peut être photographié dix fois par seconde, sans que les images se confondent. Si, parfois, une jambe vient se peindre en un lieu où une autre jambe avait déjà laissé son empreinte, cette superposition n'altère point les images : les blancs deviennent seulement plus intenses aux endroits où la plaque a été deux fois impressionnée, de sorte que les contours des deux membres se distinguent encore aisément. Mais, quand l'homme marche lentement, les images présentent des superpositions si nombreuses qu'il en résulte une grande confusion.

» C'est pour remédier à cet inconvénient que j'ai eu recours à la *photo-*

graphie partielle, c'est-à-dire que j'ai supprimé certaines parties de l'image pour que le reste fût plus facile à comprendre.

» Comme, dans la méthode que j'emploie, les objets blancs et éclairés impressionnent seuls la plaque sensible, il suffit d'habiller de noir les parties du corps qu'on veut retrancher de l'image. Si un homme revêtu d'un costume mi-partie blanc et noir marche sur la piste en tournant du côté de l'appareil photographique la partie blanche de son vêtement, la droite par exemple, on le verra dans les images comme s'il était réduit à la moitié droite de son corps.

» Ces images permettent de suivre dans leurs phases successives, d'une part le pivotement du membre inférieur autour du pied pendant le temps de l'appui, et d'autre part, pendant celui du levé, l'oscillation de ce même membre autour de l'articulation coxofémorale, en même temps que cette articulation se transporte en avant d'une manière continue.

» Les photographies partielles sont utiles aussi dans l'analyse des mouvements rapides, parce qu'elles permettent de multiplier beaucoup le nombre des attitudes représentées. Toutefois, comme l'image d'un membre présente encore une assez grande largeur, on ne peut multiplier beaucoup ces photographies partielles, sous peine de lesconfondre par superposition. J'ai donc cherché à diminuer la largeur des images, afin de les répéter à des intervalles extrêmement courts. Le moyen consiste à revêtir le marcheur d'un costume entièrement noir, sauf d'étroites bandes de métal brillant qui, appliquées le long de la jambe, de la cuisse et du bras, signalent assez exactement la direction des rayons osseux de ces membres.

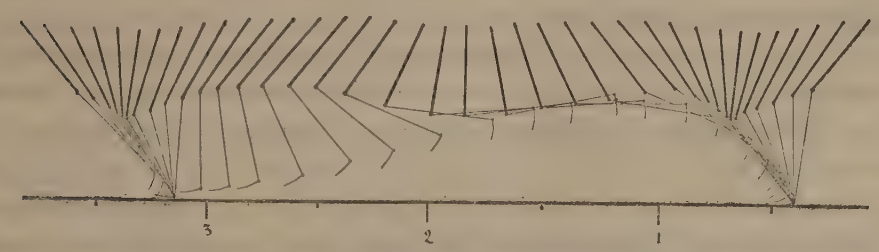
» Cette disposition permet de décupler aisément le nombre des images recueillies en un temps donné sur une même plaque : ainsi, au lieu de dix photographies par seconde, on en peut prendre 100. Pour cela, on ne change pas la vitesse de rotation du disque ; mais, au lieu de le percer d'une seule fenêtre, on en fait dix semblables et également réparties sur toute la circonférence [1].

» La figure que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie est faite d'après un des clichés projetés à la lanterne magique; les lignes ponctuées ont été

---

[1] Il est souvent avantageux de donner à l'une des fenêtres un diamètre double de celui des autres; il en résulte une intensité plus grande de l'une des images et cela facilite l'estimation des temps, en même temps que cela fournit des points de repères pour comparer les mouvements des membres inférieurs à ceux des membres supérieurs. (Voir *Comptes rendus*, t. XCV.)

transformées en traits pleins. Cette figure montre les phases successives d'un pas de course. Le membre inférieur gauche y est seul représenté : des lignes pleines correspondent à la cuisse, à la jambe et au pied; des points, aux articulations du pied, du genou et de la hanche.



Course de l'homme, attitudes successives du membre inférieur gauche.
Fréquence des images, 60 par seconde environ.

» Cette figure exprime déjà assez clairement les alternatives de flexion et d'extension de la jambe sur la cuisse, les trajectoires onduleuses du pied, du genou et de la hanche, et pourtant le nombre des images n'excède pas 60 par seconde. Un disque obturateur percé de fenêtres plus nombreuses donnerait avec bien plus de perfection les déplacements angulaires de la jambe sur la cuisse et les trajectoires des trois articulations.

» Plus on donne de finesse aux lignes ponctuées qui expriment la direction des membres, plus on peut multiplier le nombre des images; mais, dans les cas présents, il est plus que suffisant d'avoir soixante fois par seconde l'indication des déplacements du marcheur.

» On voit que, dans la méthode d'analyse photographique, les deux facteurs du mouvement, le temps et l'espace, ne peuvent pas être tous deux estimés d'une manière parfaite. La connaissance des positions que le corps a occupées dans l'espace suppose qu'on possède des images complètes et distinctes; or il faut, pour avoir de telles images, laisser un intervalle de temps assez long entre deux photographies successives. Veut-on, au contraire, porter à la perfection la notion du temps, on n'y peut arriver qu'en augmentant beaucoup la fréquence des images, ce qui force à réduire chacune d'elles à certaines lignes. On concilie autant que possible ces deux exigences opposées en choisissant pour les photographies partielles les lignes et les points qui renseignent le mieux sur les attitudes successives du corps.

» Il est curieux de voir que cette expression des attitudes successives du corps et des membres, au moyen d'une série de traits exprimant la di-

rection des rayons osseux, ait été précisément adoptée par d'anciens auteurs comme étant la plus explicite et la plus capable de faire bien comprendre les phases d'un mouvement. Ainsi, Vincent et Goiffon, dans leur remarquable Ouvrage sur le cheval (1), ont essayé de représenter par des lignes diversement brisées les déplacements des rayons osseux des membres aux différents temps d'un pas (2).

» Il n'est pas nécessaire d'insister sur la supériorité que présente la Photographie, qui donne les positions véritables des membres, sur l'observation directe, incapable de saisir des actes si rapides et d'apprécier de si courtes durées.

» Au commencement de ce siècle, les frères Weber ont aussi eu recours au même mode de représentation pour exprimer les actes successifs qui se produisent dans la marche de l'homme. C'est en réduisant le marcheur à la figure d'un squelette que ces éminents observateurs ont réussi à juxtaposer, sans les confondre, un grand nombre d'images exprimant des attitudes différentes.

» La manière de construire les bandes brillantes qui, dans la photographie, expriment la position des leviers osseux mérite une mention spéciale. Comme le temps de pose doit être très court, il faut employer une matière d'un grand éclat. Des bandes de métal brillant ne sont pas également lumineuses dans toute leur étendue, parce qu'elles ne réfléchissent pas sous le même angle les rayons solaires; elles produisent sur les épreuves des lignes d'intensité inégale. J'ai obtenu de meilleurs résultats avec de petites bandes de bois noir sur lesquelles étaient plantés, suivant une ligne, des clous de métal brillant à têtes hémisphériques. Sur chacune de ces surfaces arrondies se formait une image du Soleil, image extrêmement petite, mais très brillante. Dans la photographie, cette série de clous brillants donnait naissance à une ligne ponctuée. Au niveau de la cheville du pied, du genou, du grand trochanter, des demi-sphères plus grosses que les autres signalaient dans les images les centres de mouvement par un point de grande dimension.

---

(1) *Mémoire artificielle des principes relatifs à la fidèle représentation des animaux tant en peinture qu'en sculpture;* par feu Goiffon et M. Vincent, 1779.

(2) Il est regrettable que ces savants aient eu recours à une méthode tout à fait artificielle pour exprimer le sens du mouvement. Au lieu de représenter les déplacements successifs des membres dans l'espace, ils supposent le cheval immobile et montrent les rayons osseux de ses membres oscillant en sens alternatif autour de l'articulation supérieure.

» Les photographies partielles obtenues par cette méthode permettent d'analyser les différents actes de la locomotion, aussi bien les mouvements sur place que la marche, la course ou le saut. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'action des mélanges d'air et de vapeur de chloroforme, et sur un nouveau procédé d'anesthésie.* Note de M. **Paul Bert.**

« J'ai recherché l'action sur le chien de mélanges dosés de vapeurs de chloroforme et d'air, respirés d'une manière continue et indéfinie.

» Mes expériences ont été faites à l'aide de l'appareil décrit par le Dr Saint-Martin dans la séance du 18 décembre 1882. Cet appareil, composé de deux gazomètres qui agissent alternativement, est des plus commodes à employer, et il est appelé à rendre les plus grands services dans toutes les questions relatives à la respiration.

» Si l'on fait respirer à un chien un mélange de 4^{gr} de chloroforme vaporisés dans 100^{lit} d'air, l'animal reste sensible pendant toute la durée de l'expérience, que j'ai prolongée, dans un cas, jusqu'à neuf heures et demie. Sa température rectale s'était alors abaissée à 35°.

» Avec 6^{gr} pour 100^{lit} d'air (ce que j'appelle abréviativement 6 pour 100), la mort est survenue après sept heures environ, avec une température de 31°. La sensibilité a persisté tout le temps, bien qu'affaiblie, surtout dans les dernières heures, quand l'animal était très refroidi.

» Avec 8 pour 100, on finit par obtenir l'insensibilité de la peau et même de la cornée; mais elle ne survient que très lentement, après une phase d'agitation. La mort a lieu au bout de six heures, la température s'étant abaissée jusqu'à 30°.

» Avec 10 pour 100, la scene change; l'insensibilité apparaît en quelques minutes. Le sommeil est absolument calme, et la mort arrive au bout de deux heures à deux heures et demie, sans aucune convulsion. La température est alors de 35° à 33°.

» Avec 12 pour 100, insensibilité encore plus rapide, sans réaction aucune. Mort en une heure un quart en moyenne; température, 35°.

» Avec 14 et 16 pour 100, mort en trois quarts d'heure; température, 38°.

» Avec 18 et 20 pour 100, mort en une demi-heure.

» Avec 30 pour 100, mort en quelques minutes.

» Dans toutes ces expériences, l'animal avait été trachéotomisé. Le chloroforme était parfaitement pur.

» J'appelle particulièrement l'attention sur les faits suivants :

» A. Que la mort soit survenue lentement ou rapidement, toujours le cœur a continué à battre après la cessation des mouvements respiratoires : il n'y a jamais eu de syncope cardiaque.

» B. Même après une anesthésie de plusieurs heures, il ne passe pas de chloroforme dans l'urine.

» C. Avec des doses très faibles, on peut faire circuler dans les poumons une quantité énorme de chloroforme sans obtenir d'autre phénomène objectif que l'abaissement de la température.

» D. Avec des doses un peu plus fortes, on amène une mort lente avec un grand abaissement de température; mais la sensibilité persiste.

» Ainsi, à ces doses, le chloroforme n'agit que sur les actes nutritifs, probablement en engourdissant tous les éléments anatomiques, comme il endort la cellule de bière, d'après les expériences de Claude Bernard.

» E. Avec des doses plus fortes, alors que l'insensibilité se manifeste nettement, la mort est toujours la conséquence de la respiration *continue* des mélanges chloroformés.

» Plus ces mélanges sont riches en chloroforme, plus la mort est rapide, et moins la température de l'animal baisse.

» L'emploi des mélanges titrés de vapeurs de chloroforme et d'air va permettre de résoudre quantité de problèmes importants relatifs à l'action de cet anesthésique.

» J'ai commencé des expériences, afin de mesurer la quantité de chloroforme qu'un chien doit absorber pour être anesthésié et pour mourir. Je détermine la marche de cette absorption. J'étudie l'influence des poisons, comme la morphine, l'atropine, l'alcool, le chloral, qu'on a essayé d'associer, pour des motifs divers, au chloroforme. Enfin, j'ai commencé une analyse complète de l'action du chloroforme sur les fonctions, les organes et les éléments anatomiques, analyse que n'ont pu permettre de faire avec précision les procédés ordinaires.

» J'aurai l'honneur d'entretenir l'Académie de ces expériences lorsqu'elles auront fourni de suffisants résultats. Mais dès aujourd'hui je veux lui faire part d'une application pratique des faits rapportés plus haut, application qui me paraît mériter d'attirer l'attention des chirurgiens.

» Je rappelle que la respiration continue d'un mélange d'air ou de chloroforme, quel qu'il soit (hormis dans les doses très faibles, et encore la mort surviendrait-elle peut-être si l'on prolongeait l'expérience au delà de neuf heures et demie), amène toujours la mort.

» Chez le chien, au-dessus de 10 pour 100, l'insensibilité est rapide, mais la mort survient assez vite pour que sa menace inquiète l'opérateur. Au-dessous, au contraire, la mort est extrêmement lente, mais la sensibilité n'est que peu diminuée.

» J'ai eu l'idée de faire agir successivement les deux doses, dans l'espoir d'agir sur la sensibilité sans compromettre la vie.

» Je fais respirer à un chien le mélange à 12 pour 100. Au bout de quelques minutes, quand il est bien endormi, je lui donne le mélange à 8 pour 100. Or ce mélange qui, s'il avait été employé d'emblée, n'aurait anesthésié l'animal que très lentement et après une grande agitation, suffit pour continuer l'action de celui-ci à 12 pour 100. Et comme il n'est mortel par lui-même qu'au bout d'un long temps, j'ai pu conserver ainsi des animaux parfaitement anesthésiés pendant plus de trois heures, sans aucun péril pour leur vie, sans aucun trouble notable de la respiration et de la circulation : la température seule avait baissé.

» Voilà donc un procédé bien simple, qui ne nécessite que l'emploi de deux sacs de caoutchouc ou de deux gazomètres, et dont je me permets de recommander l'emploi aux chirurgiens. Il faudrait d'abord, bien entendu, déterminer par des tâtonnements le titre des mélanges dont l'action correspondrait sur l'homme à ce que font 8 et 12 pour 100 sur le chien.

» Il n'est pas inutile de faire observer que ce procédé a les plus grandes analogies avec le procédé chirurgical dit de la *sidération*, qui consiste à endormir brusquement le patient avec une grande quantité de chloroforme, pour l'entretenir ensuite dans l'état d'insensibilité avec de très faibles doses.

» Mais l'emploi des mélanges titrés aurait l'avantage de réduire en règles précises une pratique dont la réussite dépend aujourd'hui tout entière de l'habilité du chirurgien.

» Je fais remarquer en terminant que, si ce procédé paraît devoir mettre à l'abri de tout danger, il ne peut faire disparaître des inconvénients inhérents au chloroforme lui-même. Les animaux ainsi anesthésiés sont, quand ils se réveillent, en proie aux malaises habituels. La supériorité du protoxyde d'azote sur tous les autres anesthésiques se maintient toujours. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Réciproque de l'homogénéité. Similitude des formules* (¹). Note de M. A. **Ledieu**.

» I. Toutes les relations 4° du § IV de la précédente Communication, dites *générales,* doivent être *homogènes,* si, dans la suite des raisonnements invoqués pour leur établissement, les unités fondamentales, et par suite aussi les unités dérivées qui s'y rencontrent, restent indéterminées. C'est là une proposition évidente, indiquée par tous les auteurs, toutefois d'une manière vague en dehors des cas simples; son usage principal est de fournir une sorte de vérification *a posteriori* des relations *générales* après leur démonstration.

» Par ailleurs, il convient de n'accepter que sous réserve la *réciproque* de cette proposition, c'est-à-dire l'hypothèse *a priori* de l'homogénéité de relations concrètes inconnues entre des grandeurs données, pour prévoir ces relations ou au moins leurs principaux linéaments, voire même pour déduire une formule générale d'un de ses cas particuliers étudié expérimentalement. La question ainsi posée exige, en effet, dans chaque problème la preuve préalable que l'on est certain de n'omettre aucune des grandeurs de diverses espèces susceptibles d'en faire partie. De plus, en Sciences appliquées, il faut avoir la garantie que la relation que l'on vise se réalise expérimentalement en toute rigueur, c'est-à-dire existe sans empirisme, et en outre sans l'emploi implicite d'unités de valeur déterminée.

» Ainsi élucidée, la réciproque dont il s'agit a son ampleur notablement restreinte; elle conserve néanmoins de l'intérêt pour les problèmes où l'on est sûr d'avance de n'omettre aucune des données de la question. Par exemple, elle ne saurait faire prévoir la formule du mouvement d'un pendule dans l'air; par contre, il est licite d'en tirer *a priori* la forme de l'équation pour le mouvement dans le vide, comme cela est indiqué dans divers cours.

» En Électricité, il est généralement impossible de recourir, en toute sûreté, à la présente méthode; car on est rarement certain de ne négliger aucun des éléments du phénomène étudié, et en outre de ne pas viser une relation empirique.

» II. Avec l'emploi des systèmes de mesure absolus, les formules 1°, 2° et 3° du § IV de la Communication précédente ont eurs expressions *littérales* qui demeurent invariables et à l'abri du changement de valeur

(¹) Voir les *Comptes rendus* du 11 juin 1883.

des unités fondamentales, et de la modification y relative des unités dérivées; les relations *générales* jouissent alors du même avantage. Mais l'invariabilité cesserait d'exister, si l'on employait pour les grandeurs complexes des unités de fantaisie; le changement de celles-ci entraînerait l'inconvénient d'introduire des coefficients spéciaux dans l'expression littérale de la formule où elles figureraient. De leur côté, les résultats *numériques* des formules sont d'ordinaire affectés par la modification de valeur des unités, quelles qu'elles soient. Ainsi l'accélération $J = LT^{-2}$ se trouve représentée par un nombre 3600 fois plus grand, quand, en conservant l'unité de longueur, on change l'unité de temps, la seconde, en la minute.

» Cet inconvénient ainsi que le précédent croissent manifestement en sens inverse du nombre des unités fondamentales vraiment indépendantes dont on fait usage. En dehors de l'unité de température, ledit nombre est au maximum de trois; ce chiffre s'impose donc encore ici. A la rigueur ([1]), on pourrait n'avoir qu'une unité fondamentale et spécialement l'unité de longueur [L]. Mais une telle combinaison serait désavantageuse d'après ce qui vient d'être dit. En particulier, elle entraînerait, par un contre-coup inutile, la modification des résultats numériques de certaines expressions, qui, avec l'emploi de trois unités fondamentales, demeureraient à l'abri du changement spécialisé de l'une de ces unités. Dans tous les cas, elle restreindrait, comme probabilité, la vérification *a posteriori* des formules dites *générales* au moyen du principe de l'homogénéité, en établissant une dépendance *factice* entre les trois grandeurs primordiales L, T, M (ou F).

» III. Soit une formule générale rendue concrète

$$F(L, L', \ldots, T, T', \ldots, s, s', \ldots, e, e', \ldots) = 0. \tag{1}$$

» Faisons varier en *valeur absolue*, dans un certain rapport $\lambda, \tau, \ldots$, les grandeurs par série de même espèce complètement indépendante, et particulièrement les grandeurs explicitement primordiales L, T, M (ou F). Modifions ensuite les quantités complexes dépendant des précédentes dans la proportion résultant de cette dépendance. Nous obtiendrons de cette façon une seconde formule

$$F(\lambda L, \lambda L', \ldots, \tau T, \tau T', \ldots, s, s', \ldots, e, e', \ldots), \tag{2}$$

qui est dite *semblable* à la première.

» Ces deux formules correspondent ainsi à deux sortes de phénomènes, qu'on regarde pareillement comme *semblables* entre eux, relativement aux

([1]) *Comptes rendus*, du 26 décembre 1882, p. 1329.

espèces de grandeurs qui ont varié proportionnellement. La similitude dont il s'agit ici ne doit pas être confondue avec la similitude des figures : celle-ci est purement géométrique, tandis que celle-là est surtout analytique.

» La similitude a cela de connexe avec l'homogénéité que les changements d'*unité de mesure* des grandeurs par espèce indépendante dans les formules homogènes correspondent aux changements proportionnels de *valeur absolue* des mêmes grandeurs dans les formules semblables.

» La similitude est d'autant plus intime, que les espèces de grandeurs modifiées proportionnellement dans la formule primitive sont plus nombreuses. Elle devient *complète*, quand elle englobe toutes les espèces de grandeurs que renferme la formule, sinon elle n'est que *partielle*. En tous cas, la similitude, de même que l'homogénéité, n'a aucun sens par rapport aux formules 1°, 2° et 3°, rappelées au § II ci-dessus.

» IV. On connaît le beau théorème de Newton sur la similitude en Mécanique. Dans son expression la plus générale, ce théorème doit s'entendre ainsi :

» La formule du mouvement d'un système de points matériels soumis à des forces quelconques se présente sous l'expression bien connue

$$(3) \qquad \Sigma m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\,\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\,\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\,\delta z\right) = \Sigma(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z).$$

Pour obtenir une similitude complète de phénomène et de formule, y compris le parallélisme des forces, on a les équations de condition suivantes, où les lettres accentuées appartiennent au second système :

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = \lambda, \quad \frac{t'}{t} = \tau, \quad \frac{m'}{m} = \mu, \quad \frac{X'}{X} = \frac{Y'}{Y} = \frac{Z'}{Z} = \frac{\sqrt{X'^2+Y'^2+Z'^2}}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}} = \mu\lambda\tau^{-2},$$

d'après la relation (6) de notre dernière Communication.

» Les similitudes partielles s'obtiennent ici en égalant à 1 deux ou un seul des trois coefficients indépendants λ, μ, τ. Nous examinerons en particulier le cas de $\lambda = 1$, en supposant, d'ailleurs, qu'il s'agisse d'atomes soumis uniquement à leurs actions mutuelles. Nous admettrons en outre que ces actions sont exclusivement fonctions des distances réciproques des atomes et, par suite, ont la forme $f(l)$ pour les unités de masse, la fonction f pouvant du reste varier d'atome à atome, si ceux-ci se trouvent d'essences différentes (pondérables et éthérés, par exemple).

» Dans le présent cas, on a évidemment l'équation spéciale de condition

$$\frac{m'm'_1 f'(l)}{mm_1 f(l)} = \mu\tau^{-2},$$

soit

(4) $$f'(l) = f(l)\mu^{-1}\tau^{-2}.$$

» Si, en plus des données précédentes, on s'impose l'obligation d'avoir des quantités de mouvement sans cesse égales entre elles pour les atomes homologues, on aura la nouvelle équation de condition

(5) $$\frac{m'v'}{mv} = \mu\tau^{-1} = 1.$$

Dès lors l'équation (4) deviendra

(6) $$f'(l) = f(l)\tau^{-3}.$$

» Les atomes homologues décrivent ici des trajectoires identiques, mais avec des vitesses τ fois plus petites dans le second système que dans le premier. Ils possèdent d'ailleurs des positions et des quantités de mouvement pareillement identiques.

» V. Les partisans de l'unité des forces physiques et de leurs actions à distance et centrales, ainsi que des atomes centres réels de force, trouveront, à l'aide du problème précédent, une intéressante explication de la genèse mosaïque prise au pied de la lettre.

» Imaginons, en effet, qu'au commencement des temps les actions atomiques en jeu aient eu leurs fonctions de distances τ^3 fois plus grandes que les valeurs actuelles, et qu'au contraire les masses se soient trouvées τ fois moindres. Tous les phénomènes primitifs analogues aux phénomènes présents se seraient alors accomplis dans un temps τ fois plus petit, et par suite aussi court que le comporterait l'interprétation cherchée. Ces phénomènes primitifs auraient d'ailleurs passé par des formes et des phases identiques à celles qu'exige la cosmogonie classique de nos jours, laquelle impose en outre à l'accomplissement de tous les phénomènes analogues une durée égale dans la suite des temps.

» Cette même interprétation se compléterait par l'hypothèse qu'après la création il serait survenu une diminution considérable de ce qu'on peut appeler le *paramètre* commun des fonctions de distances, lequel paramètre de 1 serait tombé à $\frac{1}{\tau^3}$. Simultanément, le paramètre pareillement commun des masses aurait au contraire augmenté de 1 à τ. Grâce à cette dernière circonstance, toutes les quantités de mouvement seraient demeurées intactes, ce qui eût évité l'application de forces différentes à l'immense

nombre des atomes de l'univers, pour faire acquérir à chacun de ceux ci la quantité de mouvement, $m'v' = mv\mu\tau^{-1}$, qui lui serait revenue dans le nouveau système.

» En un mot, dans l'ordre d'idées que nous développons, le Créateur, tout en conservant rigoureusement pour l'état dynamique actuel de l'univers les formes et les phases phénoménales du premier état, aurait seulement accru dans une énorme proportion les durées primitives des faits identiques; et il eût opéré ce changement par le procédé le plus éminemment scientifique de la simple modification de deux paramètres généraux. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Séparation du gallium* (¹). Note de M. Lecoq de Boisbaudran.

« *Séparation d'avec le ruthénium.* — On obtient de bons résultats au moyen des trois procédés suivants, dont le premier est cependant le plus avantageux. Le ruthénium doit être à l'état de sesquichlorure.

» 1° La solution, fortement acidifiée par HCl, est saturée d'hydrogène sulfuré; on chauffe ensuite jusqu'à l'ébullition qu'on maintient pendant quinze à vingt minutes. Un courant d'hydrogène sulfuré traverse la liqueur pendant la chauffe et jusqu'à refroidissement de l'essai. Le sulfure de ruthénium, recueilli sur un filtre, est lavé à l'eau chargée de H^2S et aiguisée de HCl. La simple évaporation du liquide filtré donne le chlorure de gallium.

» 2° On précipite à chaud par un petit excès de potasse caustique et l'on maintient pendant quelque temps la liqueur alcaline à l'ébullition. L'oxyde de ruthénium séparé par le filtre retient un peu de gallium; il faut donc le dissoudre dans l'acide chlorhydrique et le reprécipiter par la potasse. Trois ou quatre traitements par dissolution chlorhydrique et précipitation potassique suffisent ordinairement pour éliminer le gallium qui se trouve finalement contenu en entier dans une liqueur alcaline, d'où il est aisé de l'extraire au moyen de l'hydrate cuivrique.

» 3° Le prussiate de potasse précipite très bien le gallium en présence du sesquichlorure de ruthénium. On opère, comme d'usage, à froid et dans une liqueur contenant $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{3}$ de son volume d'acide chlorhydrique concentré. Le ferrocyanure de gallium est soigneusement lavé à l'eau fortement acidifiée par HCl.

(¹) *Comptes rendus*, juin 1883, p. 1696.

» Si le ruthénium et le gallium font partie d'une combinaison insoluble dans l'acide chlorhydrique ou dans l'eau régale, on place la substance dans un vase d'or et on l'attaque au rouge sombre par un mélange de potasse et de nitre. La solution aqueuse de la masse est traitée par un excès d'acide chlorhydrique et soumise à l'ébullition; on obtient ainsi une liqueur dans laquelle le ruthénium existe à l'état de sesquichlorure et qu'on traite par un des trois procédés sus-indiqués.

» *Séparation d'avec l'osmium.* — Je n'indiquerai qu'un seul procédé, d'ailleurs exact et offrant l'avantage de s'appliquer aux solutions contenant de l'acide osmique aussi bien qu'à celles qui renferment du chlorure d'osmium.

» La liqueur, additionnée d'une quantité assez notable d'acide chlorhydrique, est traversée à froid par un courant d'hydrogène sulfuré; on élève ensuite lentement la température jusqu'au voisinage de l'ébullition, et on l'y maintient pendant environ une heure, tout en continuant de faire passer H^2S.

» Le liquide filtré, étant saturé à froid par H^2S, puis porté à l'ébullition, ne doit pas se colorer en brun, ce qui indiquerait une précipitation incomplète de l'osmium. Il reste cependant parfois quelques faibles traces d'osmium dans la liqueur incolore ainsi traitée; on fera donc bien d'y faire passer de l'hydrogène sulfuré bulle à bulle pendant toute la durée de son évaporation. A la fin, quand il ne reste plus qu'un volume fort restreint de liquide acide, on ajoute un peu d'eau chargée de H^2S et l'on fait encore bouillir pendant quelques minutes. Il se sépare ainsi une très petite quantité de sulfure d'osmium qu'on réunit à la masse principale de ce composé.

» *Séparation d'avec l'arsenic.* — Dans une liqueur chlorhydrique fortement acide, l'hydrogène sulfuré précipite complètement l'arsenic, tandis que tout le gallium reste en solution. On lave le sulfure d'arsenic avec de l'eau acidifiée par HCl et non avec de l'eau pure, afin d'éviter le passage du précipité au travers du filtre.

» *Séparation d'avec le sélénium.* — Suivant les cas, on emploiera l'un ou l'autre des deux procédés suivants. Le sélénium doit se trouver à l'état d'acide sélénieux.

» 1° La solution, notablement acidifiée par HCl, est traversée par un courant d'hydrogène sulfuré qu'on maintient pendant que la température de l'essai est graduellement élevée jusqu'à l'ébullition. Le sulfure de sélé-

nium étant recueilli sur un filtre, la liqueur claire donne le $Ga^2 Cl^6$ par évaporation.

» 2° On acidifie la liqueur par H Cl et l'on réduit le sélénium à chaud au moyen d'un courant de gaz sulfureux. L'ébullition est soutenue pendant dix à quinze minutes, ce qui agglomère le sélénium et l'empêche ainsi de passer au travers du filtre. Le gallium se retrouve dans la liqueur filtrée. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PATHOLOGIE. — *Sur un cas d'hystérie grave de date ancienne dont les symptômes ont disparu sous l'influence de l'aluminium.* Note de M. **Burcq**, présentée par M. Bouley.

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

« La malade dont il s'agit dans cette observation, ayant été reconnue sensible à l'aluminium, à la suite de plusieurs explorations faites sans résultats positifs avec d'autres métaux, fut traitée ensuite par des injections sous-cutanées de sulfate d'alumine à $\frac{1}{200}$, l'administration de pilules du même sel de $0^{gr},03$ (une à deux par jour) et une armature d'aluminium.

» Sous l'influence de ce traitement, suivi par la malade avec une grande ponctualité, tous les symptômes disparurent, notamment une sorte d'aboiement très pénible qui durait depuis 1879, malgré toutes les médications externes et internes auxquelles la malade avait été soumise pendant cette longue période de temps. »

M. **Renard** soumet au jugement de l'Académie, par l'entremise de M. Bouley, un Mémoire portant pour titre : « Étude sur le mode d'action des eaux minérales d'après la doctrine de M. Pasteur ».

(Renvoi au Concours des prix de Médecine et de Chirurgie).

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un résumé des Conférences de Chimie, faites par M. *Liès-Bodard*, à

l'École Normale de Châlons. (Extrait du *Bulletin officiel de l'Instruction primaire du département de la Marne.*)

2° La troisième édition du « Traité des signes de la mort », par M. *E. Bouchut.*

3° Une brochure de M. *J. Chatin* portant pour titre : « Recherches pour servir à l'histoire du noyau dans l'épithélium auditif des Batraciens ». (Présentée par M. Milne-Edwards.)

4° Un Mémoire de M. *O. Hallauer*, intitulé : « Étude pratique sur l'échappement et la compression de la vapeur dans les machines ». (Présenté par M. Rolland.)

5° Une Notice sur la vie et les travaux de M. Édouard Roche, par M. *J. Boussinesq.* (Présentée par M. Faye.)

ASTRONOMIE. — *Sur le calcul des variations séculaires des éléments des orbites.* Note de M. **O. Callandreau**, présentée par M. Tisserand.

« Parmi les Mémoires contenus dans le premier Volume des *Astronomical papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*, se trouve un travail de M. W. Hill : *On Gauss's method of computing secular perturbations.*

» Après avoir observé que la méthode de Gauss est digne d'attention en ce qu'elle donne, au prix d'un travail relativement restreint, les perturbations séculaires pour les astéroïdes et les comètes, aussi bien que pour les planètes, l'auteur cherche à donner aux résultats de Gauss une forme appropriée au calcul numérique. Une Table étendue évite l'emploi des transcendantes elliptiques; l'usage des formules est éclairci par l'application aux perturbations de Mercure par Vénus.

» Une addition apporte quelques perfectionnements au premier travail de l'auteur : on voit en particulier que les formules dépendent en définitive de deux transcendantes, tandis que trois semblaient d'abord intervenir.

» Je me suis proposé de compléter les derniers résultats de M. Hill en construisant une Table pour les nouvelles transcendantes ; les applications m'ont conduit ensuite à de légères modifications, sans doute avantageuses; j'ai calculé les perturbations séculaires d'une petite planète par le groupe Jupiter, Saturne et Mars. Antérieurement, les perturbations relatives de la même planète avaient été obtenues par la méthode de Gyldén.

» On voit bien l'avantage de la méthode de Gyldén, laquelle fait usage de combinaisons qui gardent un sens dans la suite des recherches; on abrège ainsi les calculs et, en même temps, on évite les chances d'erreur.

» Le but de ce travail a été surtout de mettre en lumière un procédé commode et pratique pour le calcul des variations séculaires. Toutefois, dans la déduction des formules, on n'a pas négligé d'indiquer quelques rapprochements intéressants.

» Ainsi le problème est lié à la décomposition en facteurs trigonométriques du carré de la distance de deux planètes, telle qu'on la pratique dans les méthodes dues à Cauchy et à Hansen, de sorte que les calculs faits par divers auteurs qui ont appliqué ces méthodes peuvent être utilisés.

» Dans les intégrales

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\Gamma + \Gamma' \sin^2 T + \Gamma'' \cos^2 T}{(G + G' \sin^2 T + G'' \cos^2 T)^{\frac{3}{2}}} dT,$$

au calcul desquelles l'analyse de Gauss ramène le problème, les quantités Γ avaient des expressions compliquées; elles se présentent maintenant, par une analyse naturelle, comme les *résidus* d'une fraction rationnelle relativement aux racines G de l'équation cubique de Gauss; les expressions de M. Hill en résultent aussitôt.

» Dans la construction de la Table, l'insertion des termes, en vue de rendre négligeables les différences secondes, a été obtenue par une méthode simple, qui pourra être utile dans d'autres occasions. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de la forme binaire du sixième ordre*. Note de M. R. Perrin (1).

« Dans mes précédentes Communications, j'ai donné les expressions types complètes de U, Q et S [formules (1), (6) et (13)], la forme primitive U étant prise pour base. Voici les expressions-types des autres covariants (2):

(1) Voir *Comptes rendus* des 11 et 18 juin 1883.

(2) Pour les derniers, je me borne aux trois premiers termes, les plus importants pour calcul des covariants composés.

$$
\left\{
\begin{aligned}
\mathrm{S}' &= s'x^2 + (\mathrm{A}u'' + 2u''')xy + [2u(2\mathrm{B}q - s^2) - hs']y^2,\\
\mathrm{S}'' &= s''x^2 + 2[2\mathrm{B}u'' + \tfrac{1}{3}(\mathrm{A}u^{\mathrm{IV}} + 5q''s)]xy\\
&\quad + [u(2ss' + 2\mathrm{B}q' + \mathrm{C}q - \mathrm{A}s^2) - hs'']y^2,\\
\mathrm{S}''' &= s'''x^2 + 2[(q' - \mathrm{A}q)s' + 2(2\mathrm{B}q - s^2)s]xy\\
&\quad + [u(4\mathrm{B}q'' - \mathrm{A}q''' - 2q^{\mathrm{IV}}) - hs''']y^2,\\
\mathrm{S}^{\mathrm{IV}} &= s^{\mathrm{IV}}x^2 + 2[(q' - \mathrm{A}q)s'' + (2\mathrm{B}q' + \mathrm{C}q + 2ss' - \mathrm{A}s^2)s]xy\\
&\quad + [u''(2ss' + \mathrm{C}q - \mathrm{A}s^2 + 6\mathrm{B}q' - 4\mathrm{AB}q)\\
&\qquad + \tfrac{2}{3}(q' - \mathrm{A}q)(\mathrm{A}u^{\mathrm{IV}} + 5q''s) + hs^{\mathrm{IV}}]y^2,\\
\mathrm{S}^{\mathrm{V}} &= s^{\mathrm{V}}x^2 + 2[(2ss' + 2\mathrm{B}q' + \mathrm{C}q - \mathrm{A}s^2)s' + (s^2 - \mathrm{B}q)s'']xy\\
&\quad + [(\mathrm{A}u'' + 2u''')(2ss' + 2\mathrm{B}q' + \mathrm{C}q - \mathrm{A}s^2)\\
&\qquad + 4(s^2 - 2\mathrm{B}q)(2\mathrm{B}u'' + \tfrac{1}{3}\mathrm{A}u^{\mathrm{IV}} + \tfrac{5}{3}q''s) + hs^{\mathrm{V}}]y^2;\\
\mathrm{Q}' &= q'x^4 + 2(\mathrm{A}h' - 2h'')x^3y\\
&\quad + [u^2(\mathrm{A}^2 - 12\mathrm{B}) - 12u(\mathrm{A}u' + qs) - 6hq']x^2y^2 + \ldots;\\
\mathrm{Q}'' &= q''x^4 + [u(s' - \mathrm{A}s) + 4(\mathrm{A}q^2 - qq' + 3u's)]x^3y\\
&\quad + 3[u(2u^{\mathrm{IV}} - u''') - 2hq'']x^2y^2 + \ldots,\\
\mathrm{Q}''' &= q'''x^4 - 2[u(s'' + 4\mathrm{B}s) + 4qs^2 - 8\mathrm{B}q^2 - 6u's']x^3y\\
&\quad + 6(uq''s - hq''')x^2y^2 + \ldots,\\
\mathrm{Q}^{\mathrm{IV}} &= q^{\mathrm{IV}}x^4 + \{u[2s(\mathrm{C} + 3\mathrm{AB}) + \mathrm{A}s'' - 2\mathrm{B}s']\\
&\qquad + 4(q's^2 - \mathrm{A}u's' - qss' - 2\mathrm{B}qq')\}x^3y\\
&\quad + [u''qs' + 6h''(2\mathrm{B}q - s^2)\\
&\qquad + h'(3\mathrm{A}s^2 - 4ss' - 6\mathrm{AB}q) - 2\mathrm{A}ps']x^2y^2 + \ldots;\\
\mathrm{U}' &= u'x^6 + 2px^5y + [-\tfrac{2}{3}u^2s + \tfrac{5}{3}u(\mathrm{A}h - q^2) - 15hu']x^4y^2 + \ldots,\\
\mathrm{U}'' &= u''x^6 + 2[u(\mathrm{A}q - q') - 6hs]x^5y - 5(4uh'' + 3hu'')x^4y^2 + \ldots,\\
\mathrm{U}''' &= u'''x^6 + \{u[\mathrm{A}q' + q(4\mathrm{B} - \mathrm{A}^2) - 2s^2] + 6h(\mathrm{A}s - s')\}x^5y\\
&\quad + 5[2u(u''s + \mathrm{A}h'' - 2\mathrm{B}h') - 3hu''']x^4y^2 + \ldots,\\
\mathrm{U}^{\mathrm{IV}} &= u^{\mathrm{IV}}x^6 + 2[-u(s^2 + 8\mathrm{B}q) + q(3\mathrm{A}u' - 5qs) + h(2\mathrm{A}s - 3s')]x^5y\\
&\quad + 5[u(u''s + \mathrm{A}h'' + qq'' - 2\mathrm{B}h') - 3hu^{\mathrm{IV}}]x^4y^2 + \ldots;\\
\mathrm{H} &= hx^8 + 4nx^7y + 2(3u^2q - 14h^2)x^6y^2 + 4(u^2h' - 7hn)x^5y^3\\
&\quad + (u^4\mathrm{A} + 10u^3u' - 20u^2hq + 70h^3)x^4y^4 + \ldots;\\
\mathrm{H}' &= h'x^8 + (u^2\mathrm{A} - 18uu' - 16hq)x^7y + 14(up - 2hh')x^6y^2 + \ldots,\\
\mathrm{H}'' &= h''x^8 + [6u^2\mathrm{B} + 3u(2qs - \mathrm{A}u') + 8h(q' - \mathrm{A}q)]x^7y\\
&\quad + [-\tfrac{2}{3}u^2q'' + \tfrac{7}{3}u(\mathrm{A}p - 3u''q) - 28hh'']x^6y^2 + \ldots;\\
\mathrm{P} &= px^{10} + [-\tfrac{2}{3}u^2s + \tfrac{5}{3}u(\mathrm{A}h - q^2) - 30hu']x^9y\\
&\quad + 3(u^2u'' - 15hp)x^8y^2 + \ldots;\\
\mathrm{N} &= nx^{12} + 3(u^2q - 8h^2)x^{11}y + 3(u^2h' - 22hn)x^{10}y^2 + \ldots.
\end{aligned}
\right. \tag{21}
$$

» Voici enfin les formules qui donnent la décomposition des péninvariants simples pour le cinquième ordre et cessant de l'être pour le sixième, en péninvariants simples de degrés moindres relatifs au sixième ordre [1] :

[1] Ces formules s'obtiennent facilement, de proche en proche, au moyen des syzygies

$$
(22)\quad \left\{
\begin{aligned}
&(q) = \tfrac{1}{3}(us + q^2 - \mathrm{A}h), \quad (r) = \tfrac{1}{6}(uu'' + h'q - \mathrm{A}n),\\
&(p) = \mathrm{A}u' - u\mathrm{B}, \qquad (s') = \mathrm{B}h - u's,\\
&(\mathrm{K}) = (\mathrm{A}u' - u\mathrm{B})s + (\mathrm{AB} + \mathrm{C})h - qs^2,\\
&(\mathrm{L}) = (\mathrm{C} + 2\mathrm{AB})u'^2 - \mathrm{B}u'(u\mathrm{B} + 2qs) + \mathrm{B}^2 hq,\\
&(q') = -\tfrac{1}{3}(\mathrm{A}p + uq''), \qquad (p') = -\mathrm{B}h' + \tfrac{1}{3}(\mathrm{A}h'' - 2qq''),\\
&(u'') = \mathrm{B}n + \tfrac{2}{3}hq'' + \tfrac{1}{18}\mathrm{A}(uu'' + h'q - \mathrm{A}n),\\
&(s'') = \mathrm{B}p + u'q'', \qquad (t'') = u'u^{\mathrm{IV}} - \tfrac{1}{6}\mathrm{B}(uu'' + h'q - \mathrm{A}n),\\
&(p'') = -\mathrm{B}(\mathrm{B}n + h''q) - \tfrac{1}{3}u'(\mathrm{A}u^{\mathrm{IV}} + 2q''s),\\
&(p''') = -u\mathrm{B}^2q^2 + \mathrm{B}u'(2\mathrm{A}q^2 - \mathrm{B}h - 2qq') + u'^2(s'' + 2\mathrm{B}s).
\end{aligned}
\right.
$$

» En reportant ces valeurs dans les syzygies connues pour le cinquieme ordre, on obtient soit des vérifications d'identité, soit des syzygies relatives au sixième ordre.

» Tant par ce procédé qu'en combinant entre elles les syzygies des groupes (15), (16), (17) et (20), on peut obtenir un grand nombre de syzygies gauches [1]. Voici quelques-unes des plus simples :

$$
(23)\quad \left\{
\begin{aligned}
&uh'' + hu'' - ns = 0, \quad hq'' + h''q + ps = 0,\\
&qs''' + q''s' - q'''s = 0, \quad u^{\mathrm{IV}}q + h''s + 3u'q'' = 0,\\
&(\mathrm{A}^2 - 36\mathrm{B})n + 18u'u'' + 6hq'' - \mathrm{A}h'q + 18ps - u\mathrm{A}u'' = 0,\\
&(\mathrm{A}^2 - 36\mathrm{B})p - 18u'q'' + 6h''s - 3h's' + 3q(u''' - 2u^{\mathrm{IV}}) + u\mathrm{A}q'' = 0,\\
&(\mathrm{A}^2 - 36\mathrm{B})h'' + 3u''s' + q''(4\mathrm{A}q - 3q') + 3s(4u^{\mathrm{IV}} - u''') = 0,\\
&q'q''' + u'''s' + 2(qq^{\mathrm{IV}} - u^{\mathrm{IV}}s') = 0,\\
&uq^{\mathrm{IV}} + u'''(q' - \mathrm{A}q) + h''(s' - \mathrm{A}s) = 0,\\
&hs''' - h''s' + s(2\mathrm{B}h' - u''s) = 0,\\
&hq''' + ps' + q(2\mathrm{B}h' - u''s) = 0,\\
&u''q' - h's' + 2(u'''q + h''s) = 0,\\
&(\mathrm{A}h' - 2h'')s - u''q' + u(\mathrm{A}q'' - q''') = 0,\\
&3p(q' - \mathrm{A}q) + 9h''u' + u(3\mathrm{B}h' - \mathrm{A}h'' - qq'') = 0,\\
&9u'(u''' - 2u^{\mathrm{IV}}) + h''(\mathrm{A}q - 3q') + 2q(3\mathrm{B}h' - qq'') = 0.
\end{aligned}
\right.
$$

» Pour pouvoir, au moyen des expressions (21) et des syzygies données

---

fondamentales relatives au cinquième ordre, en partant de la formule (7) ci-dessus, qui donne la décomposition de (q). Pour les notations des péninvariants du cinquième ordre, écrits ici entre parenthèses, voir *Comptes rendus*, 19 février 1883.

[1] C'est-à-dire dont chaque terme contient en facteur un invariant ou covariant gauche, et un seul.

ci-dessus, former un invariant ou covariant composé d'après sa seule définition, il sera le plus souvent nécessaire d'employer en outre quelques-unes des cent-cinq syzygies qui donneraient l'expression de tous les carrés et produits deux à deux des péninvariants gauches en fonction des seules formes droites. Quatre de ces syzygies ont déjà été écrites plus haut [formules (5)]; voici, parmi les autres, celles qui se présentent le plus fréquemment ([1]) :

$$
(24)\left\{
\begin{aligned}
nh'' &= \quad u^2(2\mathrm{B}h - u's) + uh(2qs - \mathrm{A}u') + 2h^2(q' - \mathrm{A}q),\\
np &= \quad u^2(u'q - \tfrac{1}{3}hs) + \tfrac{1}{3}uh(\mathrm{A}h - q^2) - 6h^2u',\\
nu'' &= -2u^3\mathrm{B} + u^2(\mathrm{A}u' - qs) + 2uh(\mathrm{A}q - q') - 4h^2s,\\
h'h'' &= -\tfrac{1}{3}u^2s^2 + u(\tfrac{1}{3}\mathrm{A}hs + \tfrac{2}{3}q^2s - hs') + 2hq(q' - \mathrm{A}q),\\
h'u'' &= \quad u^2s' + 2u(\mathrm{A}q^2 - qq' - 3u's) - 4hqs,\\
h'q'' &= \quad u(qs' - q's) + 2q(\mathrm{A}q^2 - qq' + 3u's),\\
h'u''' &= -4u^2\mathrm{B}s + u[2u'(2\mathrm{A}s - 3s') + q'(q' - \mathrm{A}q) - 2qs^2] + 2hq(\mathrm{A}s - s'),\\
h''^2 &= -uu's^2 + h[u'(\mathrm{A}s - 3s') - 4\mathrm{B}q^2],\\
h''p &= \quad uq(2\mathrm{B}h + u's) + 3hu'(q' - \mathrm{A}q),\\
h''u'' &= -2u^2\mathrm{B}s + u[\mathrm{A}u's + (3\mathrm{C} + 4\mathrm{AB})h - qs^2] + 2hs(q' - \mathrm{A}q),\\
h''u''' &= +h(q' - \mathrm{A}q)(s' - \mathrm{A}s) + u^2\mathrm{B}(\mathrm{A}s + 3s')\\
&\qquad - u[3u'(s'' + 12\mathrm{B}s) + (\mathrm{AC} + 2\mathrm{A}^2\mathrm{B} - 24\mathrm{B}^2)h + \mathrm{C}q^2],\\
p^2 &= -u^2\mathrm{B}h + uu'(\mathrm{A}h - q^2) - 9hu'^2,\\
u''p &= \quad 2u^2\mathrm{B}q + u(hs' + q^2s - \mathrm{A}u'q) - 6hu's,\\
u'''p &= +3hu'(\mathrm{A}s - s') + 2u^2\mathrm{B}(\mathrm{A}q - q')\\
&\qquad + u[(q' - \mathrm{A}q)(2\mathrm{A}u' - qs) + 4\mathrm{B}(3u'q - hs) + hs'' + 2u's^2],\\
u''^2 &= -u^2(3\mathrm{C} + 4\mathrm{AB}) + 4us(\mathrm{A}q - q') - 4hs^2,\\
u''u''' &= +2hs(\mathrm{A}s - s') + u^2(\mathrm{AC} + \mathrm{A}^2\mathrm{B} + 12\mathrm{B}^2)\\
&\qquad + u[\mathrm{A}q's + qs'' - 2s^3 - (\mathrm{A}^2 + 4\mathrm{B})qs + 3(3\mathrm{C} + 4\mathrm{AB})u'],\\
u'''^2 &= \quad u[s^2(\mathrm{A}s + s') - q'(s'' + 8\mathrm{B}s) + 4(\mathrm{C} + \mathrm{AB})qs\\
&\qquad - 12(\mathrm{AC} + \mathrm{A}^2\mathrm{B} + 12\mathrm{B}^2)u'] - h(\mathrm{A}s - s')^2. \text{ »}
\end{aligned}
\right.
$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une formule de Lagrange déjà généralisée par Cauchy. Nouvelle généralisation.* Note de M. **Em. Barbier.**

« 1. Lagrange a donné dans son Mémoire *sur les Pyramides* un théorème qu'il est permis de traduire ainsi, par une identité dont le sens n'est dou-

([1]) Elles s'obtiennent aisément de proche en proche, par la même méthode que les syzygies de même nature relatives au cinquième ordre.

teux pour personne :

$$\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} b & c \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} b & c \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ a_1 & c_1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}^2.$$

» Je laisse, à dessein, quatre signes — qu'il faudrait mettre devant quatre déterminants du deuxième degré pour avoir les éléments *adjoints* aux neuf éléments du déterminant que rappelle suffisamment le symbole abrégé $(a\ b\ c))$. *Ces signes — n'importent pas* à l'identité écrite.

» 2. Cauchy a étendu cette relation à tout déterminant $(abcd\ldots))$; donnons la formule pour quatre lettres seulement :

$$\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} b & c & d \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c & d \\ a_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b & d \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} b & c & d \\ b_1 & c_1 & d_1 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c & d \\ a_1 & c_1 & d_1 \\ a_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b & d \\ a_1 & b_1 & d_1 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} b & c & d \\ b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c & d \\ a_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & c_2 & d_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b & d \\ a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}^3.$$

» Je dégage encore cette identité des signes — *qui n'importent pas* à sa parfaite exactitude.

» J'ai pu généraliser encore davantage; deux exemples suffiront à faire connaître le résultat de mon travail.

» 3. Posons

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} = \Delta.$$

» Une puissance de Δ, savoir $\Delta^{\frac{4-1}{2}\times 2}$, sera la valeur du *déterminant composé*

$$\begin{vmatrix} ab_1-ba_1 & ac_1-ca_1 & ad_1-da_1 & bc_1-cb_1 & bd_1-db_1 & cd_1-dc_1 \\ ab_2-ba_2 & ac_2-ca_2 & ad_2-ad_2 & bc_2-cb_2 & bd_2-db_2 & cd_2-dc_2 \\ ab_3-ba_3 & ac_3-ca_3 & ad_3-da_3 & bc_3-cb_3 & bd_3-db_3 & cd_3-dc_3 \\ a_1b_2-b_1a_2 & a_1c_2-c_1a_2 & a_1d_2-d_1a_2 & b_1c_2-c_1b_2 & b_1d_2-d_1b_2 & c_1d_2-d_1c_2 \\ a_1b_3-b_1a_3 & a_1c_3-c_1a_3 & a_1d_3-d_1c_3 & b_1c_3-c_1b_3 & b_1d_3-d_1b_3 & c_1d_3-d_1c_3 \\ a_2b_3-b_2a_3 & a_2c_3-c_2a_3 & a_2d_3-d_2a_3 & b_2c_3-c_2b_3 & b_2d_3-b_2b_3 & c_2d_3-d_2c_3 \end{vmatrix} = \Delta^3.$$

» On a donc numériquement

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 4 & 3 \\ 6 & 7 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 29^3 = \begin{vmatrix} -3 & -1 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & 2 & 4 & 4 \\ 23 & -4 & -13 & -20 & -19 & -8 \\ 1 & 7 & 14 & 2 & 5 & 7 \\ -8 & 10 & 22 & 17 & 27 & 13 \end{vmatrix}.$$

» 4. La valeur numérique 1813 est celle du déterminant

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 & 5 \\ 9 & 2 & 6 & 5 & 3 \\ 5 & 8 & 9 & 7 & 9 \\ 3 & 2 & 3 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 1813.$$

» Ses déterminants partiels du deuxième degré donnent un *déterminant composé* du dixième degré qui a pour valeur 1813^4,

$$4 = \frac{5-1}{2} \times 2 = \frac{(5-1)(5-2)(5-3)}{1.2.3},$$

$1813^4 =$

−3	−18	6	−36	−2	3	−7	14	−18	−22
19	7	16	2	−23	−1	−31	19	−9	−26
3	−3	21	−3	−5	6	−6	29	1	−36
0	−6	6	−21	−2	2	−7	10	−18	−17
62	51	38	66	−30	−26	−6	−3	27	24
12	9	57	27	−6	6	2	33	15	−4
6	18	6	9	0	−2	0	−6	0	3
−14	−12	19	−7	6	50	14	51	9	−44
−38	−24	−22	−39	30	18	6	−6	−27	−15
−6	0	−36	−15	6	−8	−2	−36	−15	8

» Les déterminants du troisième degré, respectivement *conjugués* des premiers, donnent un déterminant qui a pour valeur 1813^6. $6 = \frac{5-1}{2} \times 3$; ou, si l'on préfère, $\frac{(5-1)(5-2)}{2.3} \times 3$; ou encore $\frac{(5-1)(5-2)}{1.2}$.

$1813^6 =$

−147	6	−48	−174	−179	60	144	56	206	−24
15	2	0	6	39	−45	−108	−6	−30	18
27	−6	0	30	−6	−81	−42	18	16	90
−156	−8	−48	−168	−304	87	285	98	342	−6
−133	−30	23	2	−141	15	36	−21	6	−6
−63	69	99	−48	−116	−45	46	−133	38	−38
70	192	−17	−143	−30	−5	65	−21	117	−26
−18	−7	0	2	30	54	−24	21	−6	6
134	24	−23	3	246	−18	−120	39	−27	21
54	−100	−99	71	196	72	−110	226	−54	107

» 5. Le déterminant du dixième degré formé en multipliant *case à case* les deux déterminants du numéro précédent sera aussi divisible par 1813; il suffit de l'addition des cases de chaque ligne pour le démontrer. Il est bien entendu qu'on peut additionner les cases en colonnes et qu'on arrive encore à manifester le facteur 1813. Ici, il *faut* attribuer à chaque produit

un *signe théorique* [1] *qui importe* à la valeur numérique du déterminant :

441	108	− 288	−6264	358	− 180	−1008	784	3708	528
− 285	14	0	12	897	45	−3348	114	270	468
81	− 18	0	90	30	486	252	522	− 16	−3240
0	48	288	3528	− 608	174	1995	− 980	−6156	− 102
−8246	1530	874	− 132	4230	390	− 216	63	− 162	− 144
756	621	−5643	−1296	− 696	− 270	− 92	4389	570	− 152
420	−3456	− 102	1287	0	− 10	0	126	0	− 78
252	− 84	0	14	180	−2700	− 336	1071	54	− 264
5092	− 576	− 506	− 117	−7380	− 324	720	234	729	315
− 324	0	3564	1065	1176	576	220	−8136	− 810	856

» 6. Si un déterminant est nul, le déterminant *composé de ses déterminants partiels de même degré* est aussi nul ; il en est de même, bien entendu, des *produits case à case* des déterminants partiels par les déterminants *conjugués ;* mais il faut donner à ces produits des signes convenables comme *nous l'avons fait au* n° 5. Les cas particuliers d'un déterminant nul et d'un déterminant égal à 1 ne peuvent manquer d'appeler l'attention des géomètres sur le théorème très général que nous avons deviné plutôt qu'inventé. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les rapports de l'induction avec les actions électrodynamiques et sur une loi générale de l'induction.* Note de M. **Quet.**

« Je me propose de faire voir que, à l'aide d'une seule règle générale, on peut déduire de l'électrodynamique les lois de l'induction produite par un déplacement relatif ; il suffit pour cela de résoudre le problème suivant : *Déterminer la direction et la grandeur de la force qui est appliquée à un élément de fluide électrique, lorsqu'il se meut dans le champ d'un système quelconque de courants.* La règle à laquelle je vais être conduit est celle-ci :

(1) Le *signe théorique* dont il est question au n° 5 est le signe qu'aurait, dans le déterminant simple (du cinquième degré, dans l'exemple numérique), le *produit des termes principaux* des deux déterminants conjugués. C'est à peine si cette règle a besoin d'être énoncée pour être suivie par le lecteur.

la direction de la force d'induction coïncide avec celle de l'action électrodynamique qu'exercerait le système inducteur sur un élément de courant fictif, placé au point même du champ où se trouve l'élément induit et dirigé suivant la vitesse relative de celui-ci; son intensité est la moitié de la force électrodynamique qui agirait sur cet élément fictif, si les deux fluides qui le traversent en sens opposés avaient en somme une quantité de mouvement égale à la quantité de mouvement relatif de la masse induite.

» Considérons une masse élémentaire m de fluide électrique en mouvement; elle peut faire partie d'un fil ou d'un conducteur quelconque qui reste fixe ou qui se meut en entraînant avec lui la masse m et en lui communiquant sa propre vitesse; elle peut d'ailleurs se mouvoir elle-même dans le conducteur. Le système inducteur est fixe ou en mouvement; dans le dernier cas on peut encore le supposer fixe, pourvu que l'on applique au conducteur induit une vitesse convenable qui, en se combinant avec la vitesse absolue, produit la vitesse relative. D'après cela, nous regarderons comme fixe le système inducteur et nous attribuerons à la masse électrique m, indépendamment de sa vitesse propre dans le conducteur, une vitesse relative v dans le sens Ov, O étant le milieu de m; il suffira de considérer cette dernière vitesse, parce que, de quelque manière que l'on considère la vitesse de m, la règle s'appliquera à chacune de ses composantes.

» Je place sur la direction Ov un élément $d\sigma$ de courant fictif, dont le milieu soit en O, et dans lequel les masses m' et $-m'$ de fluides en mouvement aient les vitesses respectives $+v$ et $-v$, la masse m' étant d'ailleurs égale à m. Je désigne par p et p' les actions exercées par le système inducteur sur ces masses m' et $-m'$, et par Op la direction de la force p. Si la masse $-m'$, conjuguée de $+m'$, avait la même vitesse v que m', elle serait soumise à une force égale à p et de sens opposé à Op, c'est-à-dire à la force $-p$. Mais, comme $-m'$ a la vitesse $-v$, la force doit éprouver un nouveau changement de signe, et l'on a $p' = p$. Cela résulte du fait général de la décomposition par induction du fluide neutre, lorsqu'il se meut en présence de courants électriques, et de ce que, si l'élément $-m'$ avait simultanément les vitesses $+v$ et $-v$, il serait sans mouvement relatif et n'éprouverait pas d'induction. De ces considérations il suit que les forces p et p' ont une résultante égale à $2p$ et dirigée suivant Op. Mais cette résultante n'est autre chose que l'action électrodynamique exercée par le système inducteur sur l'élément fictif $d\sigma$; par les règles d'Ampère, on déterminera la direction OF et l'intensité F de cette action, et il est clair que OF

donnera Op et F la force $2p$, ou $\frac{F}{2}$ la force p. La force p est l'action exercée par le système sur la masse m' de l'élément fictif; mais cette masse est égale à la masse m que nous avons à considérer; elle occupe la même position qu'elle dans le champ électrique, elle a même vitesse v et même direction de vitesse Ov: p est donc aussi la force que le système inducteur exerce sur m; car cette force ne peut dépendre que des quantités ou des conditions qui viennent d'être énumérées et non de la forme de m ou de la manière dont la vitesse v lui est communiquée: le problème est donc résolu et la règle que j'ai indiquée est la conséquence immédiate de cette solution.

» Je vais maintenant donner quelques lois générales comme application de cette règle.

» Supposons que le système inducteur se compose de courants fermés quelconques. D'après la règle d'Ampère, on aura OF, en menant la direction OD de la force auxiliaire d'Ampère (OD est aussi la direction de la courbe magnétique ou de la ligne de forces au point O), le plan directeur d'Ampère, qui est perpendiculaire à OD, et dans ce plan une droite normale à $d\sigma$ ou à la vitesse Ov, à gauche de Ov personnifié et regardant OD. Quant à la force F, on a cette formule d'Ampère

$$F = J\,d\sigma\,D\sin\lambda,$$

où D est la force auxiliaire (on l'appelle aussi l'intensité du champ au point O), λ l'angle vOD, $d\sigma$ la longueur de l'élément du courant fictif et J l'intensité de ce courant; l'intensité J est donnée par l'équation connue $J\,d\sigma = 2mv$. Il suit de là que la force d'induction p est perpendiculaire à la vitesse et à la ligne de forces, et que son intensité est donnée par cette formule

$$p = mDv\sin\lambda,$$

» Cette loi générale de l'induction des courants fermés vient d'être démontrée en admettant sur la constitution intime des courants une hypothèse qui a cours ordinairement dans les recherches sur l'induction. Comme elle me paraît très importante, je ferai voir plus tard comment on peut l'établir sans s'appuyer, autant que possible, sur cette hypothèse.

» Lorsque la masse m se meut dans un fil bon conducteur S qui l'entraîne avec la vitesse v, on projette la force p sur l'élément ds qu'elle occupe dans ce fil, et, ψ étant l'angle que la direction Op fait avec ds, on aura pour sa composante $q = p\cos\psi$. Cette dernière force et la force analogue $-q$ appliquée à la masse $-m$ de l'élément ds détermineront la for-

mation d'un courant électrique dans le fil S supposé fermé. Si u est la vitesse de m dans le fil, $2qu\,dt$ sera le travail élémentaire des composantes q et $-q$, et l'on aura

$$dT = 2umv\mathrm{D}\sin\lambda\cos\psi\,dt = -\mathrm{J}v\mathrm{D}\sin\alpha\cos\varphi\,dt\,ds;$$

α est l'angle que ds fait avec la direction OD et φ l'angle de la vitesse v avec la normale au plan DOS.

» La formule précédente donne presque immédiatement la loi de Neumann.

» Si dT_1 est le travail élémentaire de la force électrodynamique appliquée à l'élément de fil ds, on a

$$dT_1 = \mathrm{J}\mathrm{D}v\sin\alpha\cos\varphi\,dt\,ds \quad \text{et} \quad dT = -dT_1;$$

de là cette proposition assez remarquable : pour chaque élément du fil conducteur, les travaux dT et dT_1 sont égaux et de signes contraires.

» Si l'on considère un fil rectiligne l, qui se meut parallèlement à lui-même dans un champ uniforme, en restant relié à un conducteur fixe fermant le circuit, on tirera de dT les valeurs de i et de la force électromotrice données par M. W. Thomson. On a sensiblement

$$dT = i^2\mathrm{R}\,dt$$

et, par suite,

$$\mathrm{E} = i\mathrm{R} = -lv\mathrm{D}\sin\alpha\cos\varphi.$$

Cette démonstration n'exige pas l'intervention d'un courant étranger.

» Si, dans le système inducteur, on ne considère que l'action d'un simple élément de courant (o', i', ds'), notre règle générale donne immédiatement

$$p = \frac{kmvi'\,ds'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right), \quad q = p\cos\psi.$$

Ce sont les formules de M. Weber.

» Dans le cas où l'inducteur se compose de solénoïdes homogènes et à directrices fermées, on a $\mathrm{F} = 0$, et par suite $p = 0$; il n'y a donc pas d'induction par ce système. Cela n'aurait pas lieu si les courants variaient d'intensité. »

PHYSIQUE. — *Maxima et minima d'extinction de la phosphorescence sous l'influence des radiations infra-rouges.* Note de M. Henri Becquerel.

« Dans un Travail dont j'ai eu l'honneur de présenter récemment plusieurs extraits à l'Académie [1], j'ai été conduit à reprendre l'étude de l'extinction de diverses substances phosphorescentes sous l'influence des radiations infra-rouges.

» Déjà, depuis de longues années, mon père [2] avait observé qu'en projetant le spectre solaire sur diverses substances phosphorescentes, telles que la blende hexagonale et certains sulfures de calcium, l'extinction produite par les rayons rouges et infra-rouges donnait lieu à une image noire du spectre, se prolongeant au delà de la région visible, et en avant de laquelle se trouvait une large bande d'extinction, détachée du reste de l'image. J'ai eu l'occasion d'observer que ce phénomène d'extinction inégale est variable d'une substance à l'autre, et qu'il présente diverses phases intéressantes à analyser.

» Les radiations rouges et infra-rouges agissent sur les substances phosphorescentes comme le ferait une élévation de température; lorsque ces substances sont préalablement rendues lumineuses, ces radiations provoquent l'extinction, en activant d'abord l'émission de lumière, de sorte que l'on voit apparaître successivement une image positive, puis négative du spectre infra-rouge, images plus ou moins modifiées par les effets que je vais décrire.

» Parmi les corps phosphorescents que j'ai étudiés, un des plus curieux est un sulfure de calcium très lumineux, et donnant par phosphorescence une lueur bleu clair verdâtre. Lorsqu'on projette sur ce corps un spectre lumineux, par exemple le spectre solaire, si la substance a été préalablement rendue phosphorescente, on voit tout d'abord l'image du spectre infra-rouge se détachant en clair, avec des raies noires; puis, au bout d'un instant, apparaissent de larges bandes qui deviennent vite très sombres et qui sont comprises entre les longueurs d'onde 790 et 861 pour l'une, 927 et 970 pour l'autre. Je désignerai ces bandes par ω_1 et ω_2. Entre ces deux bandes est une région que j'appellerai α, qui s'étend de 861 à 927, où la

(1) Voir *Comptes rendus* du 7 janvier 1883 et 23 avril 1883.

(2) Voir E. Becquerel, *La lumière, ses causes et ses effets*, t. I.

phosphorescence est excitée d'une manière continue, et qui se détache très lumineuse sur le fond plus obscur de la substance. Si l'on arrêtait l'action du spectre, à cet instant, on n'aurait pas une idée exacte de l'ensemble du phénomène d'extinction.

» Lorsqu'on laisse continuer l'action du spectre pendant un temps suffisant, les bandes ω_1 et ω_2 finissent par ne plus se distinguer du fond, qui devient progressivement moins lumineux. La région α et la portion frappée par le spectre depuis la bande ω_1 jusque vers la raie C, après avoir émis pendant longtemps de la lumière, s'éteignent et se détachent alors en noir sur le fond encore lumineux de la substance, présentant l'image que mon père avait observée. Au delà de la bande α on ne distingue plus d'effets d'extinction.

» Si l'on fait cesser l'action du spectre pendant la première phase du phénomène, au moment où la bande α est lumineuse entre deux bandes sombres, et si l'on vient à chauffer la substance, la phosphorescence s'avive d'abord partout, principalement dans la région excitée par le spectre. Les bandes ω_1 et ω_2 font exception; vers 40° à 50° elles émettent de la lumière bleu foncé, et se détachent avec cette couleur sur le fond qui est plus clair; vers 60° à 80° toute la masse devient bleu foncé, et se confond avec les bandes ω_1 et ω_2, qui à partir de ce moment ne se distinguent plus. La bande α et le reste de l'image du spectre émettent pendant quelque temps encore une lueur verdâtre, différente de celle que la substance non impressionnée émet à cette température, puis la lueur s'affaiblit et fait place à l'image sombre décrite plus haut.

» L'action des radiations infra-rouges, suffisamment prolongée ou combinée avec une élévation de température, a détruit la faculté qu'avait la substance d'émettre momentanément de la lumière sous l'influence des mêmes radiations, mais cette faculté n'est pas détruite dans les régions ω_1 et ω_2, non plus que dans les régions qui n'ont pas été impressionnées par le spectre.

» Tous ces effets se reproduisent du reste avec des sources lumineuses quelconques.

» Les radiations infra-rouges provoquent donc l'extinction de ce sulfure de calcium avec une intensité variable, qui paraît maximum pour la région α, entre les longueurs d'onde 861 et 927.

» Il est assez difficile de donner une explication des phénomènes produits par les radiations qui frappent les régions ω_1 et ω_2. Tout se passe comme si ces radiations amenaient très rapidement la substance à un état

d'extinction partiel, à partir duquel elles se comporteraient comme inactives sur celle-ci.

» Le sulfure de calcium, très lumineux, bleu foncé, et qu'on trouve maintenant dans le commerce, offre les mêmes particularités, mais avec une durée beaucoup moindre. A la température ordinaire, ce corps se comporte comme le sulfure bleu clair, lorsqu'il est chauffé.

» *Maxima d'extinction de diverses substances.* — Les sulfures de calcium, de strontium et de baryum, lumineux orangé, jaune ou vert, ainsi que la blende hexagonale, ne présentent pas ces phénomènes avec la même netteté, mais ils manifestent des maxima d'extinction plus ou moins marqués. Dans un Mémoire en cours de publication, j'indiquerai les limites de ces maxima, qui sont analogues aux maxima d'excitation phosphorogénique à l'autre extrémité du spectre.

» Parmi les corps que j'ai étudiés, ceux qui manifestent le plus grand prolongement dans l'infra-rouge sont aussi ceux qui sont sensibles le plus loin dans l'ultra-violet. Si pour chaque substance on prend les longueurs d'onde moyennes des régions où l'extinction est maximum dans l'infra-rouge, et les longueurs d'onde moyennes de celles où l'excitation phosphorogénique est la plus grande dans les rayons violets, le produit de ces longueurs d'onde est à peu près le même pour les divers sulfures de baryum et de calcium. Les expériences présentes ne permettent pas de formuler sans réserve une règle aussi précise, et j'indique seulement ce résultat pour montrer comment les deux phénomènes paraissent liés l'un à l'autre.

» Une élévation de température, pour tous les corps étudiés, réduit la durée des diverses phases de l'extinction; en outre, elle paraît raccourcir à la fois le prolongement du spectre dans l'ultra-violet et dans l'infra-rouge. Un abaissement de température après l'insolation ralentit l'émission lumineuse et prolonge considérablement sa durée.

» Lorsque le sulfure de calcium bleu clair, cité plus haut, est à une température supérieure à 60° environ, vers 100° ou même 200°, il émet par phosphorescence une lueur bleu foncé; mais cependant les rayons rouges et infra-rouges, lorsqu'ils frappent cette substance, lui font rendre une lueur bleu verdâtre, comme à la température ordinaire.

» On voit donc qu'en dehors des phénomènes généraux d'excitation temporaire et d'extinction produits par les radiations infra-rouges, et qui présentent des maxima et des minima particuliers à chaque substance, on observe des modifications profondes dans les effets obtenus, dépendant

soit de l'état physique des corps, soit de l'état d'excitation phosphorogénique où ils se trouvent, soit de la nature des radiations incidentes. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Impression automatique des dépêches téléphotiques ou transmises par la lumière.* Mémoire de M. MARTIN DE BRETTES. (Extrait.)

« Tout appareil imprimeur exige, pour fonctionner, le travail mécanique d'une force, qui se manifeste à propos, c'est-à-dire quand et comment le veut l'expéditeur de dépêches.

» Cette force peu considérable se réduit à l'aimantation d'un électro-aimant, et le travail mécanique à l'attraction de l'armature, dont le mouvement détermine le fonctionnement de l'appareil.

» Il suffirait, pour résoudre le problème de l'impression des dépêches téléphotiques à la station de réception, que la lumière projetée eût la propriété d'y produire pendant sa durée, qui dépend de la volonté de l'expéditeur, l'aimantation d'un électro-aimant, faisant partie d'une pile locale, ou une augmentation suffisante pour qu'il surmontât la résistance du ressort antagoniste de son armature.

» La partie éclairée du circuit de la pile devrait, par conséquent, être composée d'un corps doué de la propriété de devenir subitement conducteur sous l'influence de la lumière, et de cesser de l'être dès qu'il y serait soustrait. Il existe, comme on sait, un corps qui possède cette propriété à un très haut degré, c'est le *sélénium*.

» La lumière électrique produite à la station de réception, dans un projecteur du colonel Mangin, y serait envoyée en un faisceau de rayons parallèles et reçue sur une lentille convergente, au foyer de laquelle se trouverait fixé l'élément de sélénium, faisant partie du circuit de la pile locale qui contient la bobine de l'électro-aimant moteur du récepteur.

» L'impression des jets de lumière en traits noirs, longs et courts, conformes à l'alphabet Morse, se ferait automatiquement avec l'appareil Morse à molette. Les jets de lumière seraient envoyés par le mouvement d'un simple levier qui déplacerait un écran obturateur. L'impression des dépêches en caractères d'imprimerie se ferait au moyen d'un récepteur à cadran de Breguet, dont l'aiguille serait remplacée par une roue des types et auquel on ajouterait un mécanisme imprimeur, qui fonctionnerait au moyen d'une pile spéciale, et seulement lorsqu'on voudrait imprimer une lettre déterminée.

» La distance entre deux stations dépend de la transparence de l'air, de la latitude et, toutes circonstances égales d'ailleurs, de la quantité de lumière reçue par unité de surface quand les rayons lumineux sont parallèles. On ne connaît pas la loi de la décroissance de l'intensité de la lumière dans ce cas, mais cette décroissance dépend seulement de l'absorption par l'air; car, dans le vide, l'intensité resterait constante; de sorte qu'on ne peut déterminer, *a priori*, la distance des deux stations, pour un foyer électrique donné; il faudrait recourir à l'expérience.

» Cependant la belle expérience de M. Fizeau, pour déterminer la vitesse de la lumière, montre que la distance de deux stations pourrait être considérable, avec les puissants foyers électriques actuels, qui dépassent 2000 carcels. On sait en effet que, dans ces expériences, la lumière d'une simple lampe donnait, après un parcours de 17^{km}, un foyer brillant d'intensité très appréciable. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur un moyen de constater par enregistrement continu les petits mouvements de l'écorce terrestre.* Note de M. B. DE CHANCOURTOIS.

« A la suite d'une Communication que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie le 30 avril 1883, sur un moyen de prévenir les accidents de grisou, M. le Ministre des Travaux publics, désireux de ne négliger aucune des mesures propres à améliorer les conditions de sécurité dans l'exploitation des mines, m'a fait l'honneur de me confier, ainsi qu'à MM. Lallemand et Chesneau, Ingénieurs au corps des Mines, une mission ayant pour but d'examiner en Italie, où le régime des crises mécaniques du globe est depuis longtemps étudié, les appareils dits *tromométriques* et *sismographiques*, qui permettent de percevoir les plus légers mouvements du sol.

» D'après les études persévérantes entreprises depuis 1870 par les physiciens italiens, il résulte que, outre les tremblements de terre facilement perceptibles, on peut constater presque continuellement dans l'écorce terrestre de petites vibrations de formes et de directions variables, dont l'existence, révélée par le professeur P. Bertelli, à Florence, en 1870, et mise hors de doute tant par ses expériences que par celles de M. de Rossi et d'un grand nombre d'autres physiciens, est maintenant l'objet d'études systématiques centralisées à Rome, auprès de l'inspection des Mines, sous la direction de M. le professeur de Rossi.

» Ces petits mouvements, dits *microsismiques*, accompagnent d'ailleurs

des variations apparentes dans la direction de la verticale. Ces variations, déjà soupçonnées au XVIIe siècle, mises à l'étude en 1742 par l'Académie de Paris, mais sans résultats positifs, ont été démontrées en 1852 par M. Antoine d'Abbadie, qui n'a pas cessé de poursuivre depuis ses recherches sur cette matière.

» Elles ont été constatées après lui par les travaux de différents physiciens et en particulier par les études sur la verticale de M. Bouquet de la Grye, dans sa mission de l'île Campbell, en 1874.

» Le principe de tous les appareils microsismographiques italiens est le même : une succession d'impulsions très petites, mais synchrones avec l'oscillation propre d'un pendule, peut produire dans ce pendule un mouvement perceptible. De tous ces appareils, très ingénieux d'ailleurs, aucun n'enregistre le phénomène d'une façon continue, ou bien n'enregistre que l'existence du phénomène sans en pouvoir analyser ni la grandeur, ni les phases.

» Dans ses recherches sur la verticale, M. d'Abbadie fit usage de la réflexion d'un objet fixe dans un bain de mercure situé à une forte distance en contre-bas. Il observait ainsi le double de la déviation angulaire de la surface de son bain de mercure; mais cette disposition ne comporte pas d'enregistrement.

» A l'île Campbell, M. Bouquet de la Grye eut l'idée de rendre perceptibles les mouvements apparents du poids d'un long pendule, en les multipliant au moyen d'un levier très léger, à bras très inégaux : le petit bras était directement actionné par le poids du pendule; le grand, terminé par une pointe très fine, se promenait au-dessus d'une plaque métallique quadrillée en millimètres. Il est clair que l'amplification est égale au rapport des longueurs du grand bras de levier et du petit. Depuis lors, un dispositif ingénieux a permis à M. Bouquet de la Grye d'obtenir de 10″ en 10″ un enregistrement électrique des mouvements de son pendule. Ce dernier appareil à enregistrement presque continu a le seul inconvénient de développer des frottements, très faibles sans doute, mais qu'on peut supposer être de l'ordre du phénomène qu'il s'agit d'enregistrer.

» Pour se soustraire à toute influence provenant des résistances passives et pour obtenir un enregistrement continu, M. Chesneau, frappé des remarquables résultats obtenus par M. Mascart dans son électromètre atmosphérique au moyen de l'enregistrement par la photographie, a eu l'idée de prendre comme poids du pendule une lentille convergente, et de la faire traverser par un faisceau lumineux émanant d'un point fixe par

rapport au pendule, et dont l'image conjuguée, donnée par la lentille, vient se peindre sur un papier photographique. La ligne droite joignant le centre optique de la lentille au point lumineux joue le même rôle que le levier multiplicateur de l'appareil de M. Bouquet de la Grye : le mouvement apparent de la lentille est multiplié dans le rapport des distances à la lentille, de l'image et du point lumineux. La multiplication peut être rendue aussi grande qu'on le désire, et l'appareil se prête ainsi à l'étude des mouvements microsismiques aussi bien que des variations apparentes de la verticale.

» MM. Lallemand et Chesneau ont étudié la réalisation pratique de cette idée : nous nous sommes convaincus de la possibilité d'établir dans des puits de mine de longs pendules enregistreurs fondés sur ce principe. On peut avantageusement placer la source lumineuse et l'appareil enregistreur à l'extérieur du puits, de façon à supprimer toute gêne et tout danger dans le maniement de l'appareil. L'enregistrement ordinaire sur une bande de papier mobile présentant, dans l'espèce, le grave inconvénient de rendre difficile la constatation de la composante du mouvement du pendule parallèle au déplacement du papier, M. Lallemand a eu l'idée d'y substituer un enregistrement sur une feuille fixe, le temps se trouvant dans ce cas marqué sur la courbe elle-même par des éclipses convenablement espacées, déterminées automatiquement par un mouvement d'horlogerie. La courbe ainsi tracée représente donc exactement le mouvement même du pendule.

» A l'occasion de la présente Note, je ne dois pas négliger de constater que l'idée mère de ma première Communication avait déjà été produite par MM. Bertelli et de Rossi, et que, d'un autre côté, on la voit exposée dans un article du journal anglais *The Engineer* du 17 décembre 1875. »

CHIMIE. — *Sur le sulfate de thorium.* Note de M. **Eug. Demarçay**, présentée par M. Cahours.

« M. Nilsson a publié dans les *Comptes rendus* (t. XCV, p. 727, 729 et 784, et t. XCVI, p. 346) une série de Mémoires sur la thorite d'Arendal et sur le sulfate de thorium. Occupé du même sujet depuis quelque temps déjà, j'étais arrivé aux mêmes conclusions en ce qui touche la composition de la thorite et à peu près aux mêmes conclusions relativement à la purification du thorium, sauf qu'on peut obtenir une séparation à peu près complète du thorium et des métaux de la cérite et de la gadolinite par l'ap-

plication alternative des méthodes de cristallisation fractionnée et de dissolution de l'oxalate de thorium dans l'oxalate d'ammoniaque (VOGEL, *Praktische Spectralanalyse*, p. 152). Mais l'étude du sulfate de thorium, qui était mon but spécial, m'a conduit à des résultats assez différents.

» M. Nilsson admet, comme d'ailleurs la plupart des traités de Chimie, que le sulfate de thorium possède une solubilité décroissante avec la température, en se basant probablement sur la facile solubilité du sulfate anhydre dans l'eau froide et la précipitation presque complète du thorium à l'ébullition. Or le sulfate anhydre se transformant en présence de l'eau en hydrates, c'est seulement de ces derniers qu'il doit être question, et, suivant qu'on considère un hydrate ou un autre, la solubilité en peut être très différente à une même température; enfin, à 100°, l'eau pure décompose le sulfate de thorium.

» Une solution étendue et neutre de sulfate ($\frac{1}{2}$ pour 1000), soumise à l'action de la chaleur, se trouble graduellement, et à 100° il se forme un sel floconneux basique, ainsi qu'on peut le constater sans peine en l'isolant. $0^{gr},1$ d'acide sulfurique par litre d'eau suffit à empêcher sa formation. Cette dissociation par l'eau, à peine sensible à froid, est très visible à chaud. Je n'ai pas encore terminé les analyses de ce sel. Sur les solutions concentrées l'eau chaude agit différemment. Le sulfate à $9H^2O$, mêlé à dix ou quinze fois son poids d'eau, se convertit vers 60° en une masse d'aspect cotonneux, qu'une température de 100°, maintenue vingt-quatre à quarante-huit heures, transforme en un précipité pulvérulent qui ne se redissout plus à froid comme précédemment. Le sel ainsi formé est basique et répond à la formule empirique

$$3[Th(SO^4)^2, 2H^2O + Th(SO^4)O, 2H^2O],$$

qui exige $60,18\,ThO^2$; $31,68\,SO^3$; $8,20\,H^2O$; j'ai trouvé $60\,ThO^2$; $30,80\,SO^3$; $9,16\,H^2O$ en moyenne.

» La quantité de sulfate restée en dissolution est des plus minimes, à peine 0,1 à 0,2 pour 100 pour les conditions précitées, et variable, du reste, avec la quantité d'eau présente. En effet, une proportion notable (3 à 4 pour 100) d'acide libre entrave beaucoup la formation de ce sel basique. Comme cette production est corrélative de la mise en liberté d'acide, il en résulte qu'en présence de peu d'eau il ne peut se former que peu de sel. Le sulfate basique de thorium est à peine attaqué par l'eau froide et même les acides n'agissent que lentement.

» La solubilité des divers sulfates hydratés est très différente; leurs so-

lutions se sursaturent très aisément, ce qui rend l'étude d'autant plus longue qu'on est peu fixé sur ces sels, sauf l'un d'eux, l'hydrate à 9^{mol} d'eau. La solubilité de ce dernier croît régulièrement avec la température. La Table suivante a été déduite du dosage de l'acide sulfurique dans des solutions ayant mis six jours à se saturer. On obtient ainsi des chiffres concordants. 100^{gr} de solution contiennent en sel hydraté $Th(SO^4)^2 9H^2O$:

A 0°	1gr,2	A 30°	2gr,5	A 54°	8 à 9gr
10	1,4	40	3,8		
20	1,7	50	6,4		

» Au delà de 55° le sulfate de thorium possède une solubilité très considérable, mais on ne peut en former une solution saturée sans qu'elle se trouble en laissant déposer l'hydrate cotonneux; à 60° cette transformation est rapide.

» Les autres hydrates de sulfate de thorium sont beaucoup moins connus. Je n'ai pas beaucoup avancé leur étude, sauf celle de l'hydrate à $4H^2O$ déjà obtenu par Chydénius et très probablement identique à l'hydrate à $4\frac{1}{2}H^2O$ de Delafontaine. J'ai obtenu cet hydrate très pur et de composition constante en maintenant à 100° et en présence d'eau acidulée d'acide sulfurique (5 pour 100) l'hydrate de thorium à $9H^2O$. Cet hydrate m'a donné les chiffres suivants pour sa solubilité. Je ne les considère que comme provisoires; car il pourrait se faire que cet hydrate, sans changer d'aspect, changeât de composition aux diverses températures, et c'est un point à éclaircir. De plus, les chiffres à haute température (60° et au delà) sont faussés par la présence d'acide sulfurique provenant de sa décomposition par l'eau. Ils indiquent cependant la marche générale de la solubilité. 100^{gr} de solution contiennent en sulfate anhydre :

A 17°	8gr,6	A 55°	1gr,9	A 95°	0gr,7
35	4,3	75	1,3	100	0,3

» Au-dessous de 17° il n'est guère possible de saturer les solutions sans qu'elles déposent d'hydrate à $9H^2O$.

» Quelque incomplets que soient ces premiers résultats, ils semblent montrer que la solution des hydrates de thorium contient à une température déterminée une quantité déterminée de chaque hydrate distinct. La proportion des différents hydrates est réglée par un équilibre mobile avec la température, ce qui permettrait d'expliquer, par la présence d'un

hydrate de plus en plus décomposable à mesure que la température s'élève, la solubilité décroissante de certains sels. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une base dérivée de l'aldéhyde crotonique.* Note de M. **Alph. Combes**, présentée par M. Ad. Wurtz.

« J'ai obtenu une base oxygénée dérivée de l'aldéhyde crotonique, en opérant dans les conditions suivantes :

» On fait une solution d'aldéhyde crotonique dans de l'éther anhydre, on refroidit à — 20° et l'on fait passer un courant de gaz ammoniac sec jusqu'à saturation.

» Pendant que le gaz est absorbé, il y a un dégagement considérable de chaleur et la température remonte jusqu'à 0°.

» La solution est conservée en flacons fortement bouchés et exposés à la lumière pendant deux ou trois jours. Il se forme deux couches liquides : la couche inférieure est un liquide visqueux et de couleur ambrée, la couche supérieure est de l'éther saturé de ce même corps. Soumise à la distillation, la couche inférieure abandonne d'abord de l'eau, puis passe difficilement à 200° dans le vide. Le résidu de l'évaporation de la solution éthérée passe à la même température.

» Ces deux liquides donnent à l'analyse les mêmes résultats :

	Pour 100.
H	10,40
C	61,45
Az	18,00
O par différence	10,15
	100,00

» Le corps $C^8H^{16}Az^2O$, qui peut se produire d'après l'équation

$$2(C^4H^6O) + 2AzH^3 = C^8H^{16}Az^2O + H^2O,$$

donnerait

	Pour 100.
H	10,26
C	61,53
Az	17,94
O	10,27
	100,00

» Ce corps, qui possède une réaction nettement alcaline, absorbe rapi-

dement l'eau, avec dégagement de chaleur, pour former un corps blanc cristallisé qui s'obtient facilement en ajoutant de l'eau à la solution éthérée; il y a précipitation immédiate.

» Cet hydrate, bien soluble dans l'eau, s'unit avec énergie à l'acide chlorhydrique et donne un sel qui cristallise facilement et qui, traité par le chlorure de platine, donne un chloroplatinate d'un beau jaune, assez soluble et bien cristallisable.

» L'étude de ces différents corps fera l'objet d'une prochaine Communication ([1]). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le mésitylène.* Note de MM. **Robinet** et **Colson**, présentée par M. Wurtz.

« Nous nous proposons dans cette Note : 1° de décrire un glycol nouveau; 2° de prouver que le dichlorure et le dibromure de mésitylène obtenus par l'action du chlore et du brome sur la vapeur de mésitylène sont identiques avec les éthers dichlorhydrique et dibromhydrique de ce glycol.

» *Glycol mésitylénique*, $C^6H^3\left\{\begin{matrix}CH^2OH\\CH^2OH\\CH^3\end{matrix}\right\}$. — C'est un liquide incolore, visqueux, dont la densité à 25° est 1,23. Il bout à 190° sous la pression de 20^{mm} de mercure et à 280° sous la pression de 750^{mm}; mais, dans ce second cas, il se décompose partiellement avec formation d'eau et de produits de condensation solubles dans l'éther et précipitables par l'alcool de leur solution éthérée.

» Le glycol mésitylénique, très soluble dans l'alcool, l'est aussi dans deux fois son poids d'éther sec et dans vingt fois environ son poids d'eau. Sa saveur est amère.

» Il a été obtenu en saponifiant au réfrigérant ascendant 10^{gr} de bichlorure mésitylénique fusible à 41°,5 par excès de carbonate de plomb délayé dans 300^{gr} d'eau. Après six heures d'ébullition, on concentre au bain-marie, on dissout le glycol dans l'éther, on sèche et l'on distille. La portion distillant dans le vide à 190° contient encore des traces de chlore, ce qui explique les chiffres un peu faibles de la première analyse; purifié

([1]) Ces recherches ont été faites au laboratoire de M. Wurtz.

par dissolution dans l'eau et séché dans le vide, il est exempt de chlore, et donne une seconde analyse satisfaisante :

	Première analyse pour 100.	Deuxième analyse pour 100.	Théorie pour 100.
C..............	70,16	70,50	71,07
H..............	7,70	7,92	7,89

» Ce glycol, traité par l'acide bromhydrique fumant, régénère le bibromure fusible à 66°,4. Donc le dichlorure fusible à 41°,5 et le bibromure fusible à 66°,4, étudié antérieurement, peuvent être considérés comme des éthers du glycol mésitylénique.

» *Diacétate* $C^6H^3\begin{cases} CH^3 \\ (CH^2.C^2H^3O^2)^2 \end{cases}$. — On l'obtient en faisant bouillir plusieurs heures, dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant, un mélange d'acide acétique, d'acétate d'argent et de bichlorure. Par addition d'eau froide au liquide filtré, on sépare une huile plus lourde que l'eau, qu'on lave plusieurs fois à l'eau et qu'on dissout dans l'éther. Cette solution éthérée, séchée sur du chlorure de calcium, a été distillée sous pression réduite ; à 244°, sous une pression de 120^{mm} de mercure, il passe une huile incolore, presque inodore, possédant une saveur brûlante, désagréable ; sa densité est 1,12 à 20°. C'est le diacétate du glycol mésitylénique, comme le démontrent l'analyse et les réactions suivantes :

	Trouvé pour 100.	Théorie pour 100.
C..............	66,14	66,10
H..............	7,00	6,78

» Un poids connu de ce corps fut saponifié au réfrigérant ascendant par cinquante fois son poids d'eau, tenant en solution la quantité de carbonate de potasse théoriquement nécessaire à la saturation de l'acide acétique contenu dans cet éther. Par concentration au bain-marie, on obtint une huile incolore ayant la saveur amère du glycol ; elle fut séparée par l'éther du sel formé, qui est de l'acétate de potasse exempt de carbonate, car, par les acides, il ne fait plus effervescence : le carbonate alcalin a donc été totalement neutralisé.

» L'huile en solution éthérée fut, après évaporation du dissolvant, traitée par l'acide bromhydrique concentré et transformée complètement en éther dibromhydrique fusible à 66°. Cette huile n'était donc autre chose que le glycol mésitylénique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Observations sur la fermentation panaire.* Note de M. **Moussette**, présentée par M. Peligot.

« Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* de la séance du 28 mai dernier, M. G. Chicandard, contrairement à l'opinion généralement admise, prétend établir que la fermentation alcoolique n'existe pas dans le phénomène du levage de la pâte des boulangers et que ce levage résulte uniquement d'un dégagement d'acide carbonique (mélangé d'hydrogène et d'azote) produit par une fermentation spéciale, *une sorte de putréfaction* des matières albuminoïdes existant dans la farine.

» La théorie trop exclusive de M. G. Chicandard repose, en grande partie, sur la négation d'un fait certain : la présence de l'alcool dans la pâte fermentée. Quelques expérimentateurs ont pu échouer en distillant de petites quantités de pâte dans des appareils de laboratoire; mais, en 1854, M. Barral, dont j'étais le principal préparateur au laboratoire du *Journal d'Agriculture pratique*, eut l'idée ingénieuse de rechercher l'alcool dans la vapeur qui s'échappe d'un four pendant la cuisson du pain et me chargea d'analyser celle condensée par les parois métalliques d'un four Rolland fonctionnant à Lure (Haute-Saône). J'eus à ma disposition un litre de ce liquide; il me fut donc facile d'en concentrer l'alcool par distillation et de le doser.

» Le liquide brut renfermait 1,60 pour 100 d'alcool en volume, 0,06 pour 100 en poids d'acide acétique ($C^4H^4O^4$) et une quantité indéterminée du même acide combinée à de l'oxyde de fer provenant des parois du four, ainsi qu'à de l'ammoniaque en très faible quantité.

» Cette analyse date du 24 décembre 1854. M. Barral ne l'a peut-être jamais publiée, mais j'en ai gardé note. Il est facile, en la répétant, de se convaincre de ce fait que l'alcool est un des produits de la fermentation panaire. Est-ce à dire que, par de nouveaux aperçus, on n'arrivera pas à compléter la théorie généralement admise aujourd'hui de cette fermentation? Non, certes! et le travail de M. G. Chicandard est des plus intéressants à ce point de vue. »

BOTANIQUE. — *De la concomitance des caractères anatomiques et organographiques des plantes.* Note de M. J. Vesque, présentée par M. Duchartre.

« Je crois avoir démontré, dans une série de Mémoires qui ont paru dans les *Nouvelles Archives du Muséum* et dans les *Annales des Sciences naturelles,* qu'il existe dans la structure des organes végétatifs un certain nombre de caractères anatomiques qui coïncident avec les caractères organographiques des familles, qui doivent par conséquent concourir à la définition scientifique de ces familles et qui peuvent servir à la détermination des plantes. Quand, de la famille on descend au genre, du genre à l'espèce, ces caractères anatomiques deviennent de plus en plus nombreux, de plus en plus importants, de sorte que l'espèce est beaucoup mieux définie par l'anatomie des organes végétatifs que par l'organographie. De plus, il existe dans cette série de divisions de dignité différente deux points où des caractères anatomiques d'une nature spéciale font subitement irruption et permettent de définir les deux échelons *autrement que par rapport aux échelons immédiatement supérieur et inférieur.*

» La première de ces divisions comprend les plantes de structure organographique semblable et qui ne diffèrent entre elles que par les organes végétatifs, à l'aide desquels ces plantes sont adaptées au milieu inerte ambiant. Elle correspond, en moyenne, à l'espèce linnéenne.

» La seconde comprend les plantes de structure organographique semblable et qui en même temps présentent les mêmes organes d'adaptation au milieu inerte, quel que soit d'ailleurs le degré de développement de chacun de ces organes. Elle correspond, en moyenne, à l'espèce des botanistes modernes.

» Qu'on prenne le premier ou le second cas de ces niveaux pour celui de l'*espèce*, cela me paraît pour le moment assez indifférent. Le point intéressant, c'est que ce niveau peut être défini d'une manière absolue. Il suffit de jeter les yeux sur les très nombreuses descriptions anatomiques d'espèces appartenant à vingt-quatre familles dicotylédones que j'ai déjà publiées, pour voir avec quelle netteté ces espèces se distinguent des espèces voisines.

» Une objection que je croyais avoir prévenue s'est élevée, non contre l'emploi des caractères anatomiques dans la Botanique descriptive, mais

en quelque sorte contre la rapidité avec laquelle je les applique à la description des groupes.

» Cette objection peut se formuler ainsi : on a tâtonné longtemps pour établir la subordination des caractères organographiques et l'on tâtonnera aussi longtemps pour établir celle des caractères anatomiques.

» Il n'est pas nécessaire de tâtonner, et cela pour les raisons suivantes :

» 1° L'adaptation des végétaux au milieu inerte étant indépendante de leurs affinités naturelles, les caractères anatomiques auront d'autant moins de valeur taxinomique qu'ils appartiennent à des organes plus adaptables. Or la Physiologie et l'Anatomie végétales sont aujourd'hui assez avancées pour qu'il ne soit pas bien difficile de juger du degré d'adaptabilité d'un organe végétatif.

» 2° La classification naturelle que nous possédons, si elle n'est pas parfaite en tout point, n'est pourtant pas éloignée de la vérité, et il sera toujours facile d'*essayer* un caractère anatomique quelconque en cherchant s'il concorde ou s'il ne concorde pas avec les caractères organographiques qui ont servi de base à la classification.

» Qu'il me soit permis de donner ici quelques exemples de cette concomitance étonnante des caractères des deux ordres. J'ai déjà eu l'occasion d'en citer quelques-uns, notamment celui de l'appareil stomatique, qui dessine aussi nettement que possible la limite vague entre les Labiées et les Verbénacées (*Ajuga*, *Tencrium*, *Amethystea*).

» 1. *Pollen des composées.* — Les grains de pollen ont été étudiés dans un grand nombre d'espèces appartenant à toutes les tribus, sauf celle des Mutisiacées. Les Arctotidées n'ont malheureusement pu être représentées dans cette étude que par le *Gazania splendens*. Je me suis surtout attaché à trouver le passage entre ces diverses formes si caractéristiques.

» (*a*). Pollen ellipsoïde, à trois pores situés au fond de trois plis longitudinaux, garnis de pointes plus ou moins aiguës, plus ou moins nombreuses, sur *fond lisse*.

» *Hélianthoïdées, Inuloïdées, Sénécionidées, Hélénioïdées, Astéroïdées, Eupatoriacées, Cynarées, Calendulacées.* — Une seule exception a été trouvée dans toute cette série de tribus; elle concerne le genre *Stevia*, de la tribu des Eupatoriacées et qui forme, comme nous allons le voir, le passage aux *Vernoniacées*.

» (*b*). Pollen ellipsoïde, à trois pores situés au fond de trois plis longitudinaux, garni de pointes plus ou moins aiguës, plus ou moins nombreuses sur *fond sablé*.

» *Anthémidées.* — On n'a pas trouvé d'exception.

» (*c*). Pollen à trois pores marqués d'un réseau polyédrique formé par des lames normales à la surface, finement denticulées sur le bord libre. Polyèdre à 15 faces, dont 3 hexagonales et 12 pentagonales, ou à 21 faces dont 9 hexagonales et 12 pentagonales.

» La forme des Chicoracées à 15 faces la plus régulière a été observée dans le genre *Scolymus;* la forme la plus parfaite à 21 faces, dans le genre *Hyoseris.*

» Le passage de l'une à l'autre de ces formes se fait de la manière suivante : les trois arêtes culminantes polaires s'épanouissent de manière à former par leur ensemble une face polaire, fortement cutisée et garnie de pointes, de forme hexagonale irrégulière, à côtés alternativement grands et petits et curvilignes (*Sonchus, Hedypnois,* etc.); à un degré plus avancé, le grand axe du grain de pollen étant beaucoup plus long que le petit, cette face polaire est remplacée par un trièdre inverse de celui qui est situé au-dessous et qui transforme 3 faces pentagonales en faces hexagonales. Le genre *Tolpis* seul fait exception, en formant le passage de cette forme à la forme *a*.

» (*d*). Pollen à peu près semblable à celui des Chicoracées, mais les arêtes qui séparent les faces hexagonales (portant les pores) des faces pentagonales qui sont situées deux à deux, l'une au-dessus, l'autre au-dessous, étant avortées, le polygone compliqué à angles rentrants qui résulte de la fusion de ces 3 faces n'est pas cutisé; il forme les plis du grain de pollen, de sorte que nous avons ici le passage entre le polyèdre sans plis des Chicoracées et l'ellipsoïde à 3 plis des Hélianthoïdées.

» *Vernoniacées.* — (*e*). Pollen semblable à celui des Chicoracées, mais à arêtes *non denticulées. Gazania.*

» Dans le *Stevia Eupatoria,* le pollen est sphéroïde, à 3 plis correspondant à ceux des Vernoniacées, buttant contre 2 faces polaires semblables à celles des *Sonchus* et laissant entre eux 3 surfaces bombées, cutisées et correspondant chacune aux 2 faces hexagonales superposées des Vernoniacées, mais fusionnées par l'effacement de l'arête séparatrice.

» Les *Tolpis* présentent un pollen semblable à la forme *a*. Cette exception est très remarquable, parce qu'elle coïncide avec le dimorphisme très prononcé des fleurs ligulées, dimorphisme qui conduit évidemment à la forme des capitules des Corymbifères. »

GÉOLOGIE. — *Sondage de Rilhac (bassin de Brassac).* Note de M. GRAND'EURY, présentée par M. Daubrée.

« Le sondage de Rilhac, situé à l'est d'Arvant, à au moins 2^{km} au sud-sud-est de Vergongheon, se trouve ainsi éloigné de 3^{km} à 4^{km} des travaux d'exploitation de Bouxhors et de la Taupe.

» Commencé dans le terrain tertiaire, il a atteint le terrain houiller le 19 avril dernier, après avoir traversé seulement 86^{m} d'argiles et de grès plus ou moins argileux en bancs horizontaux. Le terrain houiller est formé de grès quartzeux et de schiste foncé, dans lequel on reconnaît facilement des *cordaïtes* et des radicules; les roches traversées de 86^{m} à 110^{m} ressemblent à celles des faisceaux productifs du bassin de Brassac.

» Il avait déjà été fait, à plusieurs reprises, des recherches à travers les dépôts tertiaires pour retrouver au-dessous le prolongement du terrain houiller. La plus ancienne de toutes est le sondage de Lempdes, entrepris vers 1840 sous l'initiative de M. Baudin; ce sondage, situé à environ 1^{km} à l'ouest de Vergongheon, a été arrêté à la profondeur de $223^{m},60$ dans le terrain tertiaire. Le puits de Vergongheon, foncé vers 1857 et continué par un sondage, n'a rencontré le terrain houiller qu'à 285^{m} de profondeur, et n'a été poussé dans ce terrain que jusqu'à 320^{m} à travers des couches presque verticales. Le puits de Frugères, de 153^{m} de profondeur, exécuté vers la même époque, tout près des affleurements du terrain houiller, est resté dans le terrain tertiaire. Ce puits a ainsi révélé une chute de terrain houiller sous le terrain tertiaire, d'une amplitude telle, que ce dernier terrain prend presque tout à coup une épaisseur de 300^{m}. Cette constatation, jointe aux dégagements d'acide carbonique, était peu encourageante : aussi, depuis plus de vingt ans, a-t-on cessé de rechercher sous le terrain tertiaire la partie cachée du bassin de Brassac.

» On n'avait pas eu l'idée de faire des tentatives sur l'aile est du bassin, que l'accident de Frugères ne paraît pourtant pas pouvoir affecter; on redoutait surtout la butte primitive de Lugeac, que l'on croyait postérieure à la formation houillère.

» Cependant, si l'on examine attentivement les abords de cette butte et ses rapports avec le terrain primitif, on peut croire qu'elle correspond simplement à une petite avancée de ce terrain dans le bassin de dépôt pendant la formation houillère même; on peut d'ailleurs observer, en montant au château de Bergonade, que les couches relevées par ladite butte

tournent au sud-sud-est, parallèlement à la ligne d'ennoyage de Bouxhors et à l'Allier.

» Ceci reconnu, et remarquant, d'un autre côté, que les couches de houille se rapprochent dans la direction du sud-sud-est et fournissent du charbon plus gras qu'à l'aile ouest du bassin, on n'a pas craint d'entreprendre à la fois, sur le plateau non concédé qui s'étend de Lubière à Rilhac jusqu'à la route de Brioude, un puits à Lubière, à la recherche du prolongement des couches de Bouxhors et de la Taupe, et un sondage à Rilhac, placé deux fois plus loin des exploitations qu'aucune des recherches faites jusqu'à présent.

» Ce sondage a réussi au delà de toute espérance, en constatant, à une faible profondeur, un terrain houiller productif.

» Le puits moins avancé n'a pas encore abouti. »

GÉOLOGIE. — *Sondage de Toussieu (Isère)*. Note de M. **Grand'Eury**, présentée par M. Daubrée.

« Le sondage de Toussieu a reconnu les terrains suivants :

» 1° De 0^m à 31^m de profondeur, des alluvions anciennes quaternaires, formées principalement de gravier ;

» 2° De 31^m à 258^m, la mollasse marine, composée de sables plus ou moins argileux et de marnes, alternant en bancs nombreux ;

» 3° De 258^m à 267^m, des marnes et calcaires d'eau douce;

» 4° De 267^m à 322^m, un terrain rouge éminemment ferrugineux, comprenant à la partie supérieure une couche de minerai de fer et de manganèse; au milieu, une brèche ferrugineuse et à la base des argiles jaunes;

» 5° Au-dessous de cette formation, le sondage est entré dans le terrain houiller : il est actuellement à la profondeur de 364^m et traverse un massif de beau grès.

» Le sondage de Toussieu a ainsi recoupé cinq formations différentes : les deux premières ne se composent que de dépôts détritiques; la troisième est en partie calcaire; la quatrième est d'origine geysérienne; la cinquième est le terrain houiller caractéristique.

» Les couches des quatre premières formations sont horizontales; celle du terrain houiller, au contraire, sont assez fortement redressées.

» Le sondage de Toussieu a été commencé après que celui de Chaponay a eu découvert le terrain houiller à la profondeur de 212^m, immédiatement au-dessous de la mollasse marine.

» Ces deux sondages, situés à 3500^{m} l'un de l'autre, ont été faits pour découvrir le prolongement du bassin houiller de la Loire sous la plaine tertiaire du Bas-Dauphiné septentrional. Ils sont placés l'un au nord et l'autre au sud de l'axe moyen de ce bassin.

» D'autres sondages avaient été faits entre Chaponay et Communay : ce sont ceux de Simandre et de Marennes; mais, soit que leur position fût trop au sud, soit qu'ils fussent tombés sur les dérangements occasionnés par la croupe qui descend du Pilat dans la direction de Seysaal, ils ont échoué ou n'ont pas abouti.

» Cela n'a pas empêché d'entreprendre plus à l'est, à 12^{km} et 15^{km} du Rhône, ceux dont il est question. On a été encouragé par les deux considérations suivantes :

» 1° Le terrain houiller de Ternay à Communay, en avançant vers l'est, va s'améliorant comme régularité et comme richesse en même temps qu'il prend plus de largeur et d'épaisseur, avant de se dérober sous le terrain tertiaire.

» 2° La flore fossile de Communay et la conservation des empreintes végétales dénotent une formation nouvelle et étendue, qui n'a pas de rapport géogénique avec celle de Rive-de-Gier et de Givors.

» L'énorme enfoncement de la vallée où a pris naissance le bassin de la Loire permettait de plus d'espérer un terrain supérieur à celui de Communay, et par suite des houilles différentes de celles qui y sont exploitées.

» Et, par le fait, les sondages de Chaponay et de Toussieu se poursuivent dans un terrain houiller peu métamorphisé, renfermant du charbon gras, tandis qu'à Communay le charbon est anthraciteux.

» Peut-être même existe-t-il, caché sous la mollasse, un nouveau bassin houiller entre les mines de Communay et le village de Chamagneu, où un soulèvement de granite a ramené au jour du grès et schiste avec filets de houille comme témoins du prolongement de la formation houillère vers la Suisse.

» C'est une question qui sera résolue par les sondages de Chaponay et de Toussieu et par ceux que l'on se propose de faire du côté de Grenay. »

GÉOGRAPHIE. — *Résultats scientifiques des voyages du colonel Prejévalsky et particulièrement du troisième voyage dirigé au Thibet et aux sources du fleuve Jaune* (1). Note de M. **Venukoff**, présentée par M. Daubrée.

« Trois voyages de M. Prejévalsky dans l'Asie centrale, exécutés par lui en 1870-73, en 1876-77 et en 1879-80, ont eu pour but l'exploration de ce pays vaste, difficilement accessible et peu connu, non seulement dans le sens géographique et topographique, mais aussi au point de vue des Sciences naturelles et physiques. Les relations des deux premières expéditions étant déjà connues du monde savant, je me bornerai à signaler très sommairement à l'Académie quelques-uns des résultats de la troisième expédition.

» 1. La région explorée par l'intrépide et infatigable voyageur russe est très vaste. Commençant ordinairement ses travaux dès la frontière méridionale de la Sibérie, à Zaïssansk ou à Kiakhta, il les a continués, tantôt dans la direction des monts de Khingan, qui séparent la Mongolie de la Mandchourie, tantôt vers le bassin du Tarim et du Lob-nor, tantôt vers les sources du fleuve Jaune, tantôt enfin dans les hauts déserts du Thibet. Les limites extrêmes de ses voyages sont comprises entre 32° et 50° de latitude nord et entre 78° et 117° de longitude est de Paris, sans compter un voyage à part, dans le bassin du fleuve Oussouri (1868). C'est donc un pays quinze fois plus grand que la France. Voici quelques résultats de ces explorations.

» 2. Pour la *Géographie* proprement dite, M. Prejévalsky a parcouru 23 530^{km}, et il a fait 12 125^{km} de levers topographiques. Ces levers sont appuyés sur plusieurs dizaines de points astronomiques, et la latitude de 48° a été déterminée par lui-même. La position du Lob-nor, la configuration du Khoukhou-nor, la topographie dn Zaïdam, le tracé sur la Carte de nombreux chemins dans le Gobi, etc., sont des acquisitions précieuses dont la science géographique est redevable à M. Prejévalsky. Les nombreuses déterminations d'altitude, au nombre de deux cent douze, nous montrent que l'Asie centrale est bien une série de hauts plateaux, couronnés par d'énormes chaînes de montagnes. Le Thibet septentrional, visité par notre voyageur en 1872-73 et en 1880, présente surtout d'immenses

(1) Saint-Pétersbourg, 1883.

plateaux de 3500^{m} de 4000^{m} et même de 4500^{m} d'altitude, sur lesquels s'élèvent encore des chaînes de montagnes de la hauteur de 5000^{m} à 6000^{m} audessus de l'Océan. Quinze ou vingt de ces chaînes colossales, Altyn-tagh, Foray, Bourkhan-bouda, Chouga, Tan-là, Nan-chan, celles de Humboldt, de Ritter, de Marco-Polo, etc., n'étaient pas connues des géographes avant le voyage de M. Prejévalsky.

» En examinant ces montagnes au point de vue de la *Géologie*, le voyageur russe a d'abord reconnu l'existence des glaciers dans le nord du Thibet, où ils sont très rares de nos jours. Cependant, antérieurement, ils y ont eu un grand développement, à en juger par les surfaces polies qui en sont la manifestation. Il est aussi persuadé qu'à présent ce sont les influences atmosphériques qui occupent la première place parmi les agents de la décomposition des roches et de la transformation des montagnes.

» Cette influence géologique des vents a été suivie par M. Prejévalsky dans une autre série de phénomènes, notamment dans la formation des plaines entre les montagnes. La quantité de poussière soulevée par ces tempêtes dans l'Asie centrale est souvent si considérable qu'elle remplit les ravins, les gorges et les vallées les plus profondes.

» A l'altitude de 5000^{m}, des sources chaudes d'une température de $+52°$ sont signalées au Thibet par le même voyageur.

» 3. Pour la *Climatologie* de l'Asie centrale, le principal fait établi par M. Prejévalsky est celui de l'existence des tempêtes périodiques dans les déserts peu élevés et sur les hauts plateaux. Dans la Dzoungarie, il a observé presque chaque jour, après midi, une forte tempête, sans éclair, venant toujours de l'ouest ou du nord-ouest ; sur les plateaux du Thibet, les mêmes ouragans arrivaient ordinairement de l'ouest ou du sud-ouest. Ce sont de vraies *brises*, dont la cause est, selon M. Prejévalsky, la différence de température à l'est et à l'ouest du point d'observation, différence produite par la rapidité de l'échauffement du sol et de l'atmosphère dans les pays qui se trouvent à l'est de l'observateur.

» Le voyageur russe a réussi à déterminer les limites de l'influence sur le climat asiatique de deux moussons qui y pénètrent de temps en temps. Cette limite se trouve aux environs des sources du Hoang-ho, de sorte que l'on y trouve les dernières traces du mousson sud-ouest, provenant de l'océan Indien, et du mousson est qui souffle du côté du Pacifique et traverse la Chine.

» Les observations du thermomètre, qui étaient faites régulièrement trois fois par jour, nous donnent une juste idée sur les changements de tempéra-

ture par heure ou par saison. Comme on pouvait le prévoir dans une région aussi continentale, ces changements sont extrêmement brusques : de froids de — 30° on passe souvent, en dix ou douze heures, à la chaleur de + 20°. Il est cependant remarquable que des changements si rapides de température n'aient pas été préjudiciables à la santé des hommes, d'autant plus que les changements d'altitude par lesquels ils passent sont moins considérables. Pendant plusieurs mois que M. Prejévalsky et sa suite ont passé dans le Thibet, il n'y a pas eu de malades, et cela, malgré la sécheresse extrême de l'atmosphère qui descendait parfois à 1° d'humidité d'après le psychromètre.

» Parmi les autres observations météorologiques, on peut citer aussi comme fort intéressantes celles qui concernent les tourbillons de poussière. Les différentes formes de ces tourbillons, représentées sur un dessin spécial, nous rappellent les trombes océaniques : la poussière y monte de bas en haut, souvent en spirale.

» 4. Pour la *Géographie des organismes vivants,* animaux et végétaux, M. Prejévalsky a recueilli une quantité de faits de très grand intérêt. Ses collections contiennent :

			Exemplaires.
90	espèces	de Mammifères	408
400	»	d'Oiseaux	3425
50	»	de Reptiles	976
53	»	de Poissons	423
?	»	d'Insectes	6000
1500	»	de Plantes	12000

Il a découvert les chameaux et les chevaux sauvages, les oies des montagnes et plusieurs autres espèces caractéristiques pour l'Asie centrale. La distribution géographique des animaux et des plantes a été l'objet des études spéciales du voyageur, qui est naturaliste consommé. Dans les déserts du Thibet, il a observé souvent les troupeaux de quadrupèdes sauvages paissant ensemble, malgré la différence d'espèces et de genres. Ces animaux, parmi lesquels se trouve le yack, sont tellement peu habitués aux hommes qu'ils ne s'en effrayent pas, même après plusieurs coups mortels de fusil.

» 5. Enfin, pour l'*Anthropologie*, les voyages de M. Prejévalsky ont procuré beaucoup de données sur des races humaines à peine connues de nom ou même complètement inconnues, comme les Yégraïs, les Daldis, les Khara-Tangoutes. Les Daldis, habitants du pays au nord des sources du fleuve Jaune, sont surtout intéressants parce qu'ils paraissent être proches parents

des Dardis des bords de l'Indus. Or ces derniers appartiennent à la race arienne, tandis que les Daldis peuvent être classés, de nos jours, parmi les peuplades mongoles. Il y a donc une trace de la communauté d'origine de deux races, qui justifie peut-être la tradition des Chinois, d'après laquelle leurs propres ancêtres (« cent familles ») étaient des émigrés d'un pays occidental. »

M. Daubrée fait remarquer l'importance pour les géologues des observations de M. le Colonel *Prejévalsky*, en ce qui concerne l'action de l'atmosphère sur les roches et la transformation qu'elle fait subir aux montagnes.

« Le granite, le gneiss et toutes les roches qui constituent les massifs élevés du Thibet sont nécessairement, comme partout, coupés en tous sens par d'innombrables cassures ou lithoclases. Ces cassures, que de brusques et fréquents changements de température, ainsi que les pluies de l'été, tendent sans cesse à élargir, préparent les roches à une désagrégation. D'un autre côté, les vents, toujours d'une extrême violence, qui règnent ordinairement sur les hauteurs du Thibet, mettent en mouvement tous ces débris pierreux, de dimensions diverses, qui se meuvent alors sous l'impulsion du vent, dans des conditions analogues à ce qui se passe sous l'action de l'eau en mouvement. En frottant ainsi les uns contre les autres, les fragments de roches, gros et petits, s'usent et, émoussant leurs arêtes, se transforment en véritables cailloux, ainsi qu'en sables et en poussières fines. Parmi ces produits d'usure, les plus menus, le gravier et le sable, ne restent pas sur place : ils sont emportés par ces mêmes courants aériens. C'est ainsi que des tourmentes atmosphériques incessantes démolissent et rasent les sommets des montagnes et les transforment en des plateaux couverts de cailloux et de gravier, en formant des produits de trituration comme ceux que nous sommes habitués à voir produire à l'eau. Ces tempêtes empêchent en même temps les plantes de s'y enraciner.

» C'est dans ces circonstances encore que s'élaborent les éléments du limon connu sous le nom de *loess*, qui, en Chine, se présente avec des dimensions bien autrement considérables qu'en Europe, comme nous l'ont appris l'abbé David et M. de Richthofen. L'intrépide voyageur russe nous apporte, sur son origine et son mode de formation, des données précieuses, en surprenant sa formation dans les régions les plus élevées. Aux sources du fleuve Jaune, il a observé des dépôts de cette poussière sur une grande épais-

seur. Durcies sous l'influence des eaux atmosphériques, ces poussières se consolident sous forme de loess, qui devient assez cohérent pour présenter d'énormes escarpements à pic et des gorges d'une grande profondeur. M. Prejévalski a observé plusieurs gorges semblables au sud-ouest de Sinin-fou, où le Hoang-ho lui-même coule à travers une plaine composée de loess, de telle sorte que la rivière occupe le fond d'une espèce de couloir de plusieurs centaines de mètres de profondeur, dont les parois sont verticales. Des dépôts d'un loess composé des mêmes éléments que le sol du désert se rencontrent à des hauteurs de 3600^{m} au-dessus de l'Océan.

» Charrié par le vent qui l'a produit, le loess vient donc remblayer des vallées profondes où il se fixe et se consolide sous l'action des eaux [1]. »

M. **Dumas** fait remarquer l'analogie qui existe entre les importantes observations de M. Prejévalski et quelques phénomènes observés en Auvergne : savoir, l'enfouissement, sous les sables apportés par les vents, du temple de Mercure placé au sommet du puy de Dôme; la certitude acquise par M. Alluard que la fertilité de la Limagne est due, pour une part sérieuse, à la poussière incessamment répandue sur cette plaine par les courants d'air qui ont parcouru les terrains volcaniques voisins.

M. **Chevreul**, à propos de la Communication précédente, présente les remarques suivantes :

« Je profite de la Communication de M. Daubrée et des réflexions de M. Dumas relatives aux observations si intéressantes du directeur de l'Observatoire de Clermont, M. Alluard, sur l'influence des poussières provenant des montagnes dominant la Limagne et faisant évidemment par leur composition l'office de véritables engrais. Si ces observations intéressent la production agricole, elles me suggèrent la pensée de présenter à l'Académie des observations sur des expériences auxquelles je soumets des poussières de guano provenant de traitements prolongés à la vapeur d'eau et de macérations successives dans l'eau froide durant plusieurs années.

» Ces résidus de guano présentent un mélange de poussières fort divisées et de parties de la grosseur de sciures de bois coloré en brun.

---

[1]) Il est juste de rappeler à cette occasion les travaux de M. Virlet d'Aoust sur l'alluvionnement atmosphérique qui recouvre les hautes montagnes du Mexique d'une calotte continue de véritable loess.

» J'ai fait des observations précises, susceptibles dès à présent d'être données comme vraies, parce qu'elles ont la sanction d'expériences contrôlées ; les voici :

» Le résidu du guano brun soumis durant quatre jours, au sein de l'eau bouillante, à la vapeur d'eau, laisse dégager de l'ammoniaque, de l'acide carbonique, de l'acide avique et très probablement quelques autres corps volatils qu'on recueille dans un appareil de condensation. Quant au résidu du guano soumis à ce traitement, il est encore pendant quelques années traité par des macérations dans l'eau froide ; puis le résidu indissous est versé dans un verre conique qu'on expose à l'air. Peu à peu le résidu se sèche et présente un cône dont les particules sont assez adhérentes : c'est ce cône qui est placé sur une toile de platine très fine, sous laquelle se trouve une série de cercles de papier à filtrer (Berzelius) qui transmet au cône de guano de l'eau qui lui parvient ainsi par attraction capillaire.

» Le cône de guano est placé dans l'intérieur d'une cloche tubulée, reposant sur le plateau circulaire mobile d'une machine pneumatique, afin de le mettre à l'abri des poussières atmosphériques, tout en permettant l'évaporation de l'eau qui arrive à la surface du cône.

» Voici les phénomènes qu'il présente sous l'influence de l'eau qu'il reçoit par affinité capillaire.

» La surface du cône présente partout des parties hémisphéroïdales qui grossissent et finissent par s'ouvrir et présenter la forme d'un cratère volcanique, et c'est peu à peu qu'apparaissent des cristaux incolores qui sont de *véritables efflorescences*, comme je le présumais.

» Aujourd'hui il est hors de doute, pour moi, que des matières pulvérulentes, obéissant à une force sur la nature de laquelle je me garde de me prononcer en ce moment, se réunissent de manière à présenter une suite de formes diverses, à l'instar d'un être vivant ; mais qu'on ne m'attribue pas la pensée, absurde à mon sens, de comparer les phénomènes de matières mortes à l'admirable harmonie que présente l'*être vivant* qui, observé par un naturaliste habile, a sa place dans un règne d'êtres organisés, et auquel est attribuée la faculté de procréer des êtres identiques à lui-même.

» Un certain nombre de poussières diverses présentent des phénomènes tout à fait analogues à ceux du guano dont je viens de parler ; le cas est donc général.

» Mais est-ce là tout ce qui se rattache à des travaux antérieurs dont l'Académie a eu connaissance ? Non ; des analogies les relient aux acides que

j'ai signalés, il y a longtemps, dans l'eau où des cadavres ont séjourné pour servir aux études des élèves en Médecine. Si les phénomènes que présentent ces acides dépendent des actions chimiques, ils diffèrent sous ce rapport de ceux du guano dont j'ai parlé, qui en semblent indépendants, et pourtant ils s'en rapprochent, puisque M. Elie de Beaumont a comparé des cristallisations de ces acides des cadavres unis à la baryte à un de ces sels à l'intérieur de l'Etna, comme le constate son observation citée au *Compte rendu* de la séance de l'Académie des Sciences du 1er semestre de l'année 1872, t. LXXIV, p. 773.

» Mais je finis cette Communication en disant que, depuis quinze jours, l'étude du cône de guano mis en expérience m'a permis d'observer des phénomènes si imprévus que je n'ai pas osé jusqu'ici les communiquer à qui que ce soit, ne voulant le faire qu'à l'époque où je pourrai dire s'ils *sont vrais* ou *ne le sont pas*.

» Ce sont surtout les études prolongées du savant dans son laboratoire qui le conduisent à découvrir des vérités inattendues si, dans une longue carrière, la Providence lui a accordé la santé et l'amour du vrai. En recommandant cette réflexion à M. Dumas, j'espère que, dans les circonstances où je me trouve, il ne la jugera pas avec indifférence. »

M. **Déclat** transmet à l'Académie une Lettre que M. de Lacaille lui a adressée de Rio-de-Janeiro, à l'occasion de guérisons obtenues chez des malades atteints de la fièvre jaune et traités par l'acide phénique et le phénate d'ammoniaque. M. de Lacaille fait connaître en même temps les essais de vaccination qu'il a tentés sur l'homme à l'aide d'un ferment affaibli et présumé de la fièvre jaune.

M. J. **Peroche** adresse une Note sur les variations avec le temps des températures dans nos deux hémisphères.

M. **Ant. Cros** adresse à l'Académie une Note portant pour titre : « Les conditions générales de la percussion organographique ».

M. G. **Martin** adresse une Note « Sur le rapport qui existe entre une variété de kératite et l'astigmatisme de la cornée ».

M. **Hochereau** adresse un Mémoire sur les causes des explosions des chaudières à vapeur.

La séance est levée à 4 heures trois quarts.   D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 11 juin 1883.

(Suite.)

Bulletin astronomique et météorologique de l'Observatoire impérial de Rio-de-Janeiro, mars 1883, nº 3. Rio-de-Janeiro, Lombaerts, 1883; in-4°.

Memorie della reale Accademia delle Scienze di Torino; serie seconda, t. XXXIV. Torino, E. Loescher, 1883; in-4°.

Intorno alla vita del com. Alessandro Cialdi, capitano di vascello. Lettera dell'ing. cav. C. Ravioli. Roma, 1883; gr. in-8°. (Estratto dal giornale *Il Buonarroti.*)

Estudos sobre as provincias ultramarinas; por J. de Andrade Corvo; vol. I. Lisboa, 1883; in-8°.

Generalizzazione del teorema di Pohlke. Nota dell'ing. D.-S. Vecchi. Milano, 1883; br. in-8°.

Miscellanea lepidopterologica. Contribuciones al estudio de la fauna argentina y paises limitrofes; por el Dr C. Berg. Buenos-Aires, Imp. Pablo et Coni, 1883; in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 18 juin 1883.

Détermination des différences de longitude entre Paris-Berlin et Paris-Bonn; par MM. Loewy, Le Clerc et de Bernardières. Paris, Gauthier-Villars, 1882; in-4°.

Société d'Histoire naturelle de Toulouse; 16e année, 1882. Toulouse, Imp. Durand, Fillous et Lagarde, 1882; in-8°.

Etude sur le néoplagiaulax de la faune éocène inférieure des environs de Reims; par M. le Dr Lemoine. Lagny, Imp. F. Aureau, 1883; br. in-8°.

Le baromètre appliqué à la prévision du temps en France; par J.-R. Plumandon. Paris, J. Michelet, 1883; in-12.

Traité complet d'analyse chimique appliquée aux essais industriels; par J. Post, traduit de l'allemand par L. Gautier et P. Kienlen; fasc. III, p. 321 à 480. Paris, F. Savy, 1883; in-8°.

Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Geneve; t. XXVIII, 1re Partie. Genève, Cherbuliez et Georg, 1882-1883; in-4°.

Etude sur le crâne du porc des Terramares; par M. P. Strobel. Turin, Imp. Camilla et Bertolero, sans date; br. in-8°. (Extrait des *Archives italiennes de Biologie.*)

Federico Delpino. *Teoria generale della fillotassi.* Genova, Imp. Armanino, 1883; gr. in-8°. (Extrait des *Atti della R. Universita di Genova.*) (Présenté par M. Van Tieghem.)

Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; 11 januar-26 april 1883. Berlin, 1883; 15 liv. gr. in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 25 juin 1883.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844, publiée par les ordres de M. le Ministre du Commerce; t. CV. Paris, Imp. nationale, 1883; in-4°.

Traité de Botanique; par M. Ph. Van Tieghem; fasc. VII et VIII, p. 993 à 1312. Paris, F. Savy, 1883; in-8°.

Mémoires de la Société académique d'Agriculture, des Sciences, Arts et Belles-Lettres du département de l'Aube; t. XIX, 3e série, année 1882. Troyes, L. Lacroix, 1883; in-8°.

La Médecine publique en Angleterre; par W. Douglas Hogg. Paris, G. Masson, 1883; in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Mémoires de la Société linnéenne du nord de la France; année 1883. Amiens, Imp. Delattre-Lenoel, 1883; in-8°.

Société centrale d'Agriculture de l'Hérault. Vignes américaines. — Irrigations. — Sulfure de carbone. — Sulfocarbonate de potassium, — Réunions publiques organisées par la Société centrale d'Agriculture de l'Hérault à l'Ecole d'Agriculture de Montpellier le 5, le 6 et le 7 mars 1883. Montpellier, typogr. Grollier, 1883; in-8°.

Considérations théoriques et pratiques sur les phénomènes de l'induction électromagnétique appliquée aux types des machines les plus répandues; par M. Le Goarant de Tromelin. Paris, Gauthier-Villars, 1883; br. in-8°.

Recherches pour servir à l'histoire du noyau dans l'épithélium auditif des Batraciens; par J. Chatin. Paris, Gauthier-Villars, 1883; in-4°. (Présenté par M. Milne-Edwards.)

Traité des signes de la mort et des moyens de prévenir les inhumations prématurées; par E. Bouchut; 3e édition. Paris, J.-B. Baillière, 1883; in-12.

Les compteurs d'eau; par Ch. André. Paris, publications du journal *le Génie civil*, 1883; br. in-8°.

L'obésité et son traitement; par le Dr W. Ebstein, traduit de l'allemand, sur la 4e édition, par le Dr L. Culmann (de Forbach). Paris, F. Savy, 1883; in-8°.

Annales de l'Observatoire de Moscou, publiées par le prof. Dr Th. Bredichin; vol. IX, 2e liv. Moscou, A. Lang, 1883; in-4°.

Almanaque nautico para 1884. Barcelona, Ramirez y Ca, 1882; in-8°.

ERRATA.

(Séance du 14 mai 1883.)

Page 1441, ligne 27, *au lieu de :*

» Nous avons beaucoup insisté sur ce point, *parce qu'il nous semble résumer en lui tout l'intérêt de la question.* C'est, en effet, dans ce point que réside l'invention. »

Lisez :

» Nous avons beaucoup insisté sur ce point, *parce qu'il nous semble résumer en lui tout l'intérêt de la question.* »

» C'est, en effet, dans ce point que réside l'invention.

FIN DU TOME QUATRE-VINGT-SEIZIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1883.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME XCVI.

A

B

C

D

E

F

G

H

L

M

N

O

P

S

T

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

V

W

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

8441 Paris. — Quai des Augustins, 55.